اقليدس

بسم الله الرحمن الرحیم

حمد وسپاس بی نهایه وشکر وثنای عدیم الغایه اول خالق عالم العناصر والافلاك تنزه ذاته عن مشابهة الاشكال والاشتراك جناب كبرياسنه تقديم وادا ونتيجهٔ صلوة وتحيات وزكيهٔ سلام بی غايات اول مبداء اصول دين مبين وبراهين مثبتهٔ اهل يقين وخاتم الانبياء وسيد المرسلين افنديمزه تهدى واسرا وادعيهٔ لايقهٔ بی حساب اول آل واصحاب مقدمة الانتساب حضراتنه تأدى واهدا قلندقدنصکره معلوم اوله كه متانت بنيان وهدايت برهان ومطلوب نظريه‌يی بطريق القطع اثبات وبيان جهتيله اقوای علوم اولان فن هندسه یه معارف شريفه وعلم هيئت سما ومعرفهٔ مساحه ومقادير عروض واطوال بلادكه فن جغرافيا ايله مسمادر واكثر صنايع فن مرقومك اصولنه متوقف ومنوط اولقدن ناشی حرف حربیه‌نك دخی بورتبه نشو ونماسی وقلاع ومترس وسائر استحكاماتك بناسی واردويرلرينك رسم وتصويری ولغملر حفر واحداثی وخمبره‌لر انداختی وجسرلر وسفينه‌لر انشاسی والحاصل هركام حياتده وقوف واطلاعنه محتاج اولديغمز اكثر اشيا بوفن جليل اصولنه متعلق اولمغين تعليم وتعلمی اهم مهام واجبهٔ

الاهتمامدن اولق ملابسه‌سیله فن مذکوره اشد احتیاج ایله محتاج
ومطالب نظریه اثباتلرینک موقوف علیهی اولان فن مذکورک منافع
سائره‌سندن قطع النظر میزان العلوم اولان منطق مثلاو برحقیقتک
تحصیل وطلبنده ذهنک اصابت اوزره تامل وتفکر ایتمک ملکه‌
راسخه‌سی استحصاله بادی اولدیغندن قانون راسخ فنون مناظره‌نک
بالجمله قواعد منتجة الفوائدندن اصح وادق وانتظام مبادی والتیام
سلسلهٔ اجزا ودعاویسنک عمومیت اوزره استعمالی وبراهین محصله
الیقینک علی طریق الوضوح والتحقیق هر محلده جریان وتداولی
ظاهر ومحقق در لکن فن مذکورده تألیف وتصنیف اولنان کتب
متقدمین اختلال تراکیب وعباره حسبیله افادهٔ مرامده قاصر وکتب
متأخرین دخی اکثرینککری لازم وترکی الزم اولق ظنیله التزام
مالایلزم شنیعه‌سنه سالک ومتبادر اولدقلرندن قلیل الافاده اولوب کتب
متقدمیندن الاشهر ومعتبرکه اصول هندسه‌یی حاوی اقلیدسه
منسوب اولق اوزره مقبول خاص در حدود ومصادرات واصول
موضوعه وعلوم متعارفه‌لرک تقریر وبیان واثبات غایتنده زیاده‌سیله
اختلال ودعاوی عملیه ونظریه‌لرک سبک واداسنده غموض اشکال
اولقدن ناشی مبانی عباره‌سی مراد وفؤادینی افاده‌ده منعقد المعانی
اولدیغندن بشقه مطلوب نظری واحدی اثبات ضمننده طرق
عدیدهٔ مهوشه ومتقدمات کثیرهٔ معوجه بسط وسرد ایتمش اولوب
بروجه محرر اثبات ایلدیکی مطالبک اکثری لدی التدقیق غیرمفید
وامعان نظر ایله مطالعه وملاحظه اولندقده اقلیدسک اختیار ایلدیکی
مناهج متفرقه‌سی خبط خطایی منتج ایدوکی عندا صحاب الالبا
باهر وبدید واثباتنه متصدی اولدیغی مدعیات نتیجه‌سی امضا کردهٔ
ارباب بینش ودید در امدی علم هندسه ایله برحقیقتدن حقیقت
اخرانک استنباط واستخراجنه متعلق قواعد منطقیه اوزره نتایج

استحصالنه اکرچه سررشته وشاهراه بولنوب فن مذکورده
اقلیدسک سالک اولدیغی طور روز مین دخی طبع وفؤاده ملایم والیق
واولزمینه ممکن مرتبه تبعیت واقتفا انفع واوفق اولمغله مبادی
ومقاصدینی اشبو کتاب صحت نصاب متضمن وکافل اولمق اوزره تاریخ
هجرت اکمل النبویه نک بیک ایکیوز اوچ سنه سی که میلاد عیسی علیه
السلامک بیک یدیوز سکسان طقوز سنه سنده انکلتره استاذلرندن
کمال دقت ودرایت وعلوم ریاضیه ده حائز قصب السبق ملکهٔ مهارت
کروه دقایق پژوهدن بونیقاسل نام حکیم ذوفنون اصابت بنامک کتاب
اقلیدسی تلخیص وتنقیح وتهذیب وتصحیح ارادهٔ صائبه سیله مهم
ومقتضی اولمیان مقدمات زائده وتطویلات نافله سن ترک وطی ایله
توفیق اولنمیان مطالب نظریه لری علی وجه الدقه تحقیق وطرق
صحیحه وسدیده ایله جمع وتلفیق ومطالبنده اولان منشأ غلط ومحل
خبط سقطنی برنهج انصاف حل وبیان وعلم هندسه دن اولمیان کرک
خواص اعداده وکرک علم مساحه یه متعلق برقاچ مقالاتی وآخر
اقلیدسده بولنان بش قطعه مجسمات افلاطونیه یه دائر بی نفع وطائل
مقاله لری طرد واخراج ایله کتاب مذکوری بوننگ قوهٔ مفکره سنده
بالاذابه زرخالص العیار کبی حروف غل ودراتندن تنظیف وتعریه
ونفس هندسه دن عبارت سکز مقاله اولمق اوزره تلخیص وتصفیه
برله کشف وعیان ایدوب بووجهله عمیم النفع ویسیر الفهم برکتاب رعنا
ومستثنا ایدوکی عند اهل الوقوف باهر وروشنادر کتاب مرقوم
حقیقة علم هندسه دن بحث وبیانه موضوع ومعنی مقدمات
جهاددن اولان ترتیب مهمات سفریه وتنظیم ادوات حربیه ومحافظهٔ
سرحدات وثغور ومدافعهٔ اعدای خیانت موفور امرنده منافع
کثیره وفوائد وغیره سی درکار وبرکمال ایدوکی بدیهیات فکریه
ومشاهدات حسیه دن اولوب جناب تنسیق بخشای امور کائنات

وفرمان

وفرمان فرمای قلمرو مکونات جلت عظمة ذاته عن اتخاذ المباهات
حضرتلرینك ارادهٔ سنیهٔ سبحانی ومشیت علیهٔ ربانیهسی تأییدنا ناموس
دین اسلام و تجدید قواعد نظام دولت ابدقیامه تعلق ایله حضرت
پادشاه جوان بخت دارا درایت وجناب خلافتپناه زکا فطرت
اعنی به السلطان ابن السلطان ابن السلطان السلطان سلیم خان ثالث
ابن السلطان مصطفی خان ثالث ابن السلطان احمد خان ثالث اطال الله
عمره وابد سلطنته وایدالله ملکه وجنوده وانفذ حکمه ونظامه
الی ساعة القیامك ترتیب طوائف عسکریه وتنظیم صنایع سفریه
ارادهٔ کرامت افادهٔ جهاندار یلری مربوط ومعطوف اولقدن
ناشی اشبو ترتیبات بدیعه دن ازجمله خمبره جیان قشلاغی جوارنده
برای تعلیم وتعلم بنیاد بیوردقلری مهندسخانهٔ جلیله ده خلیفهٔ ثانی
اولان عبد عاجز قلیل البضاعه وبندهٔ ضعیف کلیل البراعه
حسین رفقی طمانی قوللری وفی الاصل انکلتره مهندسلرندن ایکن
دلالت بدرقهٔ توفیق صمدانی ورهبری تأیید هدایت یزدانی ایله
کردن عبودیتی زینت آرای قلادهٔ جوهر انقیاد دولت علیه ومظهر
فیض خدمات سلطنت سنیه اولان سلیم قوللریله بالاتحاد مزبور
بونبقا سلاك ترتیب ایلدیکی کتاب سالف البیانك مستعینا بالله لسان
ترکی یه ترجمه وتحویلی محضا قوة طالع سلطان سلاطین زمان وحسن
نظر جناب مالك الرقاب خواقین آوان حضرتلرینك تأثیر وثمره سی
اوله رق رسیدهٔ حسن ختام اولمغله ناظرین اولان اصحاب افکار سلیمه
وارباب طبایع مستقیمه یابی الله العصمة لکتاب غیر کتابه بخواصی
حسب البشریه واقع اولان هفوه وسقطه مزی کالك راست رفتار
مروتلریله تصحیح وتسدید بیورملری متنادر قالدیکه اشبو ترجمهٔ
جمیله نك ترتیب وتنظیمندن ماعدا علی قدر الطاقه بذل مقدرت
وفن هندسه یه الزم اولان دعاوی سائره لرك جمع وتألیفنده سعی ودقت

(دیباجه)

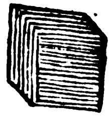
ایده‌رك بو آنه دکین خاطره خطور ایتمیان بعض ملحوظات
واعتراضات ذیل کتابده اشارت اولنمش اولمغین فن مذکورك ومبنی
اولدیغی اصولی کماینبغی تصور وتعقل ایتمکه هوسکار اولنلر
اشبو ذیل کتابده اشارت اولنان
محررات ومکتوباته
مراجعت
ایلیه‌لر

اصول هندسه دن مقالهٔ اولى

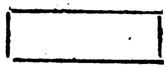
معلوم اوله كه هر برعلم ايچون موضوع ومبادى ومسائل واردر موضوع علم اولدركه كندوده اعراض ذاتيه دن بحث اولنه بوتقدير جه علم هندسه نك موضوعى كم متصل قارالذاتدركه اكا مقدار دينلور مبادى علم اولدركه مسائلك توقف ايلدوكى شى اولوب اولدخى ايكى قسمدر قسم اول مبادى تصوريه دركه هر علمده مستعمل اولان اشيانك حدود وتعريفاتيدر قسم ثانى مبادى تصديقيه دركه قياسلرى كندودن تركب وتألف ايدن قضيه لردرامدى اول قضيه لر بنفسها بينه يعنى بديهيات اندن اولورايسه اكا علوم متعارفه ديرلر واكر بنفسها بينه اولميوب اولدخى نفس الامره مطابقى حسن ظنيله مسلمه اولورايسه اكا اصول موضوعه ديرلر واكر محلنده بيان اولنجيه دكين استنكار وتشكك اوزره مسلمه اولورايسه اكا مصادرات ديرلر وبومصادراتى هرنقدرقوم استعمال ايلديلرايسه دخى چندان مقبول ومرغوب اولما مغله بوكتاب مستطاب اندن سالمدر مسائل علم اولدركه قضيه لرى مبادى تصوريه وتصديقيه دن تركب وتألف ايدوب مطلوب بالذات اولان دعوالردرفن هندسه ده مذكوردعوالر ياعملى ويانظريدر عملى اولدركه شىء ناقص موجودى اولا تكميل ايدوب بعده اثبات ايتمكدر نظرى اولدركه شىء كامل موجودى فقط اثبات ايتمكدر امدى بهركتاب مبادى تصوريه وتصديقيه ايله تصديرا ولنمسى اهم اموردن اولمغين فن مرقومده مذكوراشيانك بياننده محتاج اليها اولان حدود واصول موضوعه وعلوم متعارفه ايله اشبو كتاب دخى تصديراولنمق واجب اولدى وبه نستعين

الحدود

١ جسم اولدركه كندوايچون ابعاد ثلثه يعنى طول وعرض وعمق بولنوب اشبواوچ جهتده انقسامى قبول ايده



٢ سطح اولدركه جسمك نهايتى اولوب كندو ايچون طول وعرض اوله يعنى اشبو ايكى جهته انقسامى قبول ايده



٣ خط اولدركه سطحك نهايتى اولوب كندو ايچون فقط طول اوله يعنى عرض وعمق بولنميوب فقط برجهته انقسامى قبول ايده



٤ نقطه اولدركه خطك نهايتى اولوب كندو ايچون جزء اولميه يعنى طول وعرض وعمقدن كندوده برنسنه اولميوب اصلا برجهته انقسامى قبول ايتميه

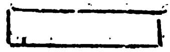
٥ خط مستقيم اولدركه كندو ايچون فرض اولنان هراجزاسى برامتداده بولنه



٦ خط منحنى اولدركه كندو ايچون فرض اولنان هراجزاسى برامتداده بولنميه



٧ سطح مستوى اولدركه اوزرنده فرض اولنان هرايكى نقطه يه واصل اولان خط مستقيم دائما سطح مذكوره مس ايده



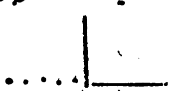
۸ زاویهٔ مسطحه اولدرکه هر ایکی خط مستقیم خط واحد مستقیم اولمامق شرطیله بر برینه متصل اولدقده اراسنده بولنان آچقلقدر



۹ بر خط مستقیم خط مستقیم آخر اوزرینه واقع اولدقده ایکی طرفنده حادث اولان زاویه‌لر بر برینه مساوی اولسه‌لر خطلر مرقوملر بر برینه عموددر



۱۰ بر خط مستقیم خط مستقیم آخر اوزرینه عمود اولدقده ایکی طرفنده حادث اولان زاویه‌لردن هر برینه زاویهٔ قائمه دیرلر



۱۱ هر ایکی خط مستقیم اراسنده حادث اولان زاویه قائمه‌دن بیوك اولورایسه اکا زاویهٔ منفرجه دیرلر



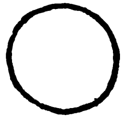
۱۲ هر ایکی خط مستقیم اراسنده حادث اولان زاویه قائمه‌دن کوچك اولورایسه اکا زاویهٔ حاده دیرلر



۱۳ شکل اولدرکه نهایت واحده یا خود برقاچ نهایات احاطه‌سی جهتندن حاصل اولان برهیئتدر

۱۴ دائره

١٤ دائره برشکلدرکه سطح مستوی اوزرنده برخط منحنی احاطه سندن حاصل اولوب داخلنده واقع برنقطه دن خط منحنی مرقومه خروج ایدن جمیع خطوط مستقیمه متساویه اوله امدی خط منحنی مذکوره محیط دائره ونقطهٔ مزبوره یه مرکز دیرلر



١٥ هرقنقی شکل که خطوط مستقیمه احاطه سندن حاصل اوله اکا شکل مستقیم الاضلاع تسمیه اولنور

١٦ هرقنقی شکل که برسطح مستوی اوزرنده اوچ خط مستقیم احاطه سندن حاصل اوله اکا مثلث ومحیط اولان خطلرك هر برینه ضلع دیرلر

١٧ هرمثلث که ضلعلرینك مجموعی متساویه اوله اکا متساوی الاضلاع دیرلر



١٨ هرمثلث که فقط ایکی ضلعی مساوی اوله اکا متساوی الساقین دیرلر



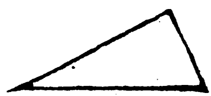
١٩ هرمثلث که اضلاعندن هیچ بری دیکرینه مساوی اولیه اکا مختلف الاضلاع دیرلر



٢٠ مثلث قائم الزاويه اولدركه كندوده برزاويهٔ قائمه بولنه واول زاويهٔ قائمه قارشوسنده بولنان ضلعه وترقائمه ديرلر



٢١ مثلث منفرج الزاويه اولدركه كندوده برزاويهٔ منفرجه بولنه



٢٢ مثلث حادالزوايا اولدركه جميع زاويه‌سى حاده اوله وجميع مثلثده وهرزاويه قارشوسنده بولنان ضلعه اولزاويه‌نڭ وترى ديرلر

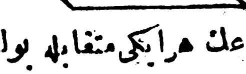


٢٣ خطوط متوازيه اولدركه برسطح مستوى اوزرنده بولنان خطوط مستقيمه ايكى طرفلرندن الى غير النهايه اخراج اولنسه‌لر اصلا تلاقى ايتميه‌لر

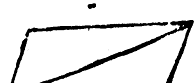
---

٢٤ هرقنقى شكل كه برسطح مستوى اوزرنده درت خط مستقيم احاطه‌سندن حاصل اوله اكا ذوا ربعة اضلاع تسميه اولنور

٢٥ شكل متوازى الاضلاع اولدركه ذوا ربعة اضلاعدن اولوب هرضلعين متقابلين بربرينه موازى اوله

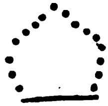


٢٦ ذوا ربعة اضلاعڭ هرايكى متقابله بولنان زاويه‌لرى بيننه واصل اولان خط مستقيمڭ اسمنه قطر شكل ديرلر



قاعده

٢٧ قاعدهٔ شكل اولدركه شكل مفروضى محيط اولان نهايانڭ اوزرینه اوتوردیغی نهایت اولوب اولقاعده قارشوسنده بولنان زاويه يه زاويهٔ رأس ديرلر



تنبيه اولدركه كچمش دعوى تحتنده مندرج اولوب مابعدندن قطع نظر ماقبلندن فهم اولناجق بحثه دلالت ايدر

نتيجه اولدركه كچمش دعوانڭ اثباتندن ظاهر وآشكار اولوب آنڭ ايچون ديكر اثبات اقتضا ايلمكه دلالت ايدر

فائده اولدركه مابعدنده ظهور ايده جك بر دعوانڭ اثباتنه صالح اولور بر مسئله يه دلالت ايدر

❋ الاصول الموضوعة ❋

١ هر ايكى نقطه بيننه بر خط مستقيم وصل ايتمك ممكندر

٢ بر خط مستقيم محدودى استقامت اوزره مراد اولنان نهايته قدر اخراج ايتمك ممكندر

٣ هر بر نقطه اوزرینه هر بر مراد اولنان بعد ايله بر دائره رسم ايتمك ممكندر

٤ بر خط مستقيم خطين متوازيينڭ بريني بر نقطه ده قطع ايلسه اول خط استقامت اوزره اخراج اولندقده خط موازى آخرى دخى بر نقطه ده قطع ايدر

❋ العلوم المتعارفة ❋

١ شيلر بر شيئه مساوى اولسه لر اول شيلر دخى بر برينه مساوى اولورلر

٢ اكر مساويلره مساويلره جمع اولنسه لر حاصللر دخى مساوى اولورلر

٣ اكر مساويلر مساويلردن طرح اولنسه لر باقيلر دخى مساوى اولورلر

٤ اكر مساويلره غير مساويلره جمع اولنسه لر حاصللر دخى غير مساوى اولورلر

٥ اكر مساويلر غير مساويلردن طرح اولنسه لر باقيلر دخى غير مساوى اولورلر

٦ شيلر بر شيئك ضعفى اولسه لر اول شيلر دخى بربرنه مساوى اولورلر

٧ شيلر بر شيئك نصفى اولسه لر اول شيلر دخى بربرنه مساوى اولورلر

٨ هر بر كل كندى اجزالرى مجموعنه مساويدر

٩ اشياء موجوده بربرنه منطبق اولسه لر ياخود بربرنك مكاننى طولدرسه لر اول موجودلر بربرنه مساوى اولورلر

✻ درون كتابده محرر بعض اشارات بيان اولنور ✻

امدى بر شيئك تعريفات وحدودى مراد اولنورايسه اشبو اشارت رسم اولنور

(حـد)

واكر اصول موضوعه تحريرى مراد اولنورايسه اشبو اشارت رسم اولنور

(موضوعه)

واكر علوم متعارفه تحريرى مراد اولنورايسه اشبو اشارت رسم اولنور

(متعارفه)

واكر بر مقاله اشكالندن كندى شكلى تحريرى مراد اولنورايسه فقط رقم تحريرىيله اشارت اولنور (٣)

واكر

واكر برمقاله درونده مقالهٔ اخرى اشكالندن برشكل تحريرى مراد
اولنورايسه مثلا اوچنجى مقاله درونده ايكنجى مقاله اشكالندن اون
برنجى شكل تحريرى مراداولنورايسه عدد مقاله ايچون رقم هندى
وعدد شكل ايچون رقم نجوميله اشارت اولنور

(٢ ١١)

واكراول مقالهده مقالهٔ اخرى اشكالندن برشكلك نتيجهسى تحريرى
مراداولنورايسه اشبو اشارت رسم اولنور

(٢ نتيجه لو)

واكراول مقالهده مقالهٔ اخرى اشكالندن برشكلك تنبيهى تحريرى
مراداولنورايسه اشبو اشارت رسم اولنور

(٢ تنبيه ٥)

بودخى معلوم اولهكه برزاويهدن تعبير مراد اولنوب حروف جملهدن
اوچ حرف ايله ذكر اولنورايسه حروف مرقومهدن وسطده بولنان
حرف زاويهٔ مطلوبهيه اشارتدر

✻ دعوى اولى ✻

برخط مستقيم محدود اوزرينه مثلث متساوى الاضلاع رسم ايتمك
طى يقيسدر

مثلا اب خط مستقيم محدودى اوزرينه برمثلث متساوى الاضلاع
رسم ايتمك مراداولنسه اولا ا نقطهسى مركز اعتبار اولنوب
اب بعديله حـ د ه محيط دائرهسى رسم اولنه (موضوعه ٣) بعده ب
نقطهسى دخى مركز اعتبار اولنوب ب ا بعديله ا حـ ه
محيط دائرهسى رسم اولندقده (موضوعه ٣) اشبو دائرهلردن
هربرى آخرك مركزينه مرور ايلديكندن بربرينى قطع ايدرلر
مثلا نقطهٔ تقاطع حـ اولسون وبو حـ نقطهسندن حـ ا حـ ب

خط مستقيملرى رسم اولندقده مطلوب اولان مثلث متساوى الاضلاع ا ب ح مثلثى اولور * زيرا ا نقطه سى ب ح د دائره سنك مركزى اولديغندن ا ب ا ح خطلرى متساويالدر (حد ١٤) وكذا ب نقطه سى ا ح ه دائره سنك مركزى اولديغندن ب ا ب ح خطلرى دخى متساويالدر (حد ١٤) امدى شيلر برشيئه مساوى اولسه لر اول شيلر دخى بربرينه مساوى اولمغين (متعا رفه ١) هر برى ا ب خطنه مساوى اولان ا ح ب ح خطلرى دخى بربرينه مساوى اولورلر بوتقديرجه ا ب خط مستقيمى اوزرينه اعمال اولنان ا ب ح مثلثى متساوى الاضلاع اولوب مطلوب ثابت اولور .

دعوى ب عملى

نقطهٔ مفروضه دن برخط مستقيم محدوده مساوى خط آخر اخراجنك طريقيدر .

مثلا ا نقطهٔ مفروضه سندن ب ح خط مستقيم محدوده مساوى برخط مستقيم آخر اخراج ايتك مراد اولنسه اوّلا ا ب نقطه لرى بينى برخط مستقيم ايله وصل (موضوعه ١) ا ب اوزرينه ا ب ء مثلث متساوى الاضلاعى رسم اولنوب (١) ب نقطه سندن ب ح بعديله ح ح ز دائره سى رسم (موضوعه ٣) ء ب ضلعى استقامت اوزره ح ح ز محيطنده واقع ز نقطه سنه دكين اخراج اولنه (موضوعه ٢) بعده ء نقطه سندن ء ز بعديله ز ه و دائره سى دخى رسم اولنوب ء ا ضلعى استقامت اوزره ز ه و محيطنده واقع و نقطه سنه دكين اخراج اولندقده ا و خطى ب ح خطنه مساوى اولور * زيرا ب نقطه سى ح ح ز دائره سنك مركزى اولديغندن ب ح ب ز متساويالدر (حد ١٤) وكذا

و نقطه‌سی زهو دائره‌سنك مركزى اولديغندن ده دز دخى متساويان در لكن دا جزئى ده جزئنه مساوى اولمغله (حد ١٧) بعد الطرح باقى قلان او خطى دبكر باقى قلان بـر خطنه مساوى اولور (متعارفه) امدى او خطى بـر خطنه مساوى اولوب بـح دخى بـر خطنه مساوى اولديغندن او بـح خطلرى متساويين اولورلر (متعارفه ١) بوتقديرجه ا نقطه سندن رسم اولنان او خطى بـح خط محدودينه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور تنبيه اكر ا نقطه‌سى خط محدود مرقومك نهايتى اولان بـ نقطه‌سنده واقع اولسه اشبو بـ نقطه‌سندن محيطه قدر رسم اولنان خطوطدن هر برى مقدار مطلوبه مساوى اولمغين عمل ثانى‌يه احتياج يوقدر

❋ دعوى ح عملى ❋

ايكى خط مستقيم محدودلك اطولندن اقصرينه مساوى برجزؤ قطع ايتمك طريقيدر

مثلا ا بـ ايله ح خطين مستقيمين محدودينك ا بـ اطولندن ح اقصرينه مساوى برجزؤ قطع ايتمك مراد اولنسه امدى ا نقطه‌سندن ح خطنه مساوى اد خط مستقيمى رسم اولنوب (بـ) ا نقطه‌سندن اد بعدیله ده و دائره‌سى دخى رسم اولندقده (موضوعه ٣) دائرهٔ مرقومه‌نك ا بـ خطندن قطع ايلديكى او خطى ح خطنه مساويدر * زيرا ا نقطه‌سى ده و دائره‌سنك مركزى اولديغندن او اد خطلرى متساويان در (حد ١٤) امدى ح خطى بالعمل اد خطنه مساوى اولمغله او خطى دخى ح خطنه مساوى اولوب (متعارفه ١) مطلوب ثابت اولور تنبيه اكر ح خطنك نهايتى ا نقطه‌سنده واقع اولورايسه

عمل اوله احتیاج یوقدر

❀ دعوی د نظری ❀

بر مثلثدن ایکی ضلع وبینلرنده واقع زاویه مثلث اخردن ایکی ضلع وبینلرنده واقع زاویه یه مساوی اولسه اول مثلثلر دخی هر حالده بر برینه مساوی اولورلر

مثلا ا ب ج د ه و مثلثلرندن ا ج ضلعی د و ضلعنه ب ج ضلعی ه و ضلعنه ج زاویه سی و زاویه سنه مساوی اولسه اول مثلثلر دخی هر حالده بر برینه مساوی اولورلر * زیرا ا ب ج مثلثی د ه و مثلثی اوزرینه اول وجهله تطبیق توهم اولنسه که ج نقطه سی و نقطه سنه ج ا ضلعی و د ضلعنه منطبق اوله امدی ج ا ضلعی و د ضلعنه منطبق اولوب ج زاویه سی و زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن ج ب ضلعی دخی و ه ضلعنه منطبق اولور وکذا ج ا ضلعی و د ضلعنه ج ب ضلعی و ه ضلعنه بالفرض مساوی اولدقلرندن ا نقطه سی د نقطه سنه ب نقطه سی ه نقطه سنه منطبق اولوب خطوط مستقیمه نك نهایتلری بر برینه منطبق اولدقلرنده خطوط مرقومه دخی بر برینه منطبق اولورلر اکر دکل ایسه کندولر ایچون فرض اولنمان اجزالری بر امتداده بولنمامق لازم کلور بو ایسه خلافدر (حد ٥) اولسببدن ا ب ضلعی دخی د ه ضلعنه منطبق ومساوی اولوب ا زاویه سی د زاویه سنه ب زاویه سی دخی ه زاویه سنه مساوی اولوب بو تقدیرجه ا ب ج مثلثی د ه و مثلثنه منطبق اولمغله مثلثلر دخی هر حالده بر برینه مساوی اولوب (متعارفه ٩) مطلوب ثابت اولور

❀ دعوی ه نظری ❀

مثلث متساوی الساقینك قاعده‌سی اوزرنده بولنان ایکی زاویه‌لری
بربرینه مساویدر

مثلا ا ب ح مثلث متساوی الساقینده اح بح ساقلری متساوبین
اولمغله قاعده‌سی اوزرنده بولنان حاب حبا زاویه‌لری دخی
بربرینه مساویدر * زیرا حا حب ساقلری قاعده‌سی جهتنه
استقامت اوزره اخراج اولنوب حد حه دخی بربرینه مساوی
قطع اولنه (ح تنبیه) بعده اه بد خطلری وصل اولندقده
حادث اولان حاه مثلثندن حا حه ضلعلری حبد مثلثندن
حب حد ضلعلرینه مساوی اولوب ح زاویه‌سی مشترکه
اولدیغندن اه ضلعی بد ضلعنه حاه زاویه‌سی حبد
زاویه‌سنه د زاویه‌سی ه زاویه‌سنه مساوی اولور(د) لکن
حد کلی حه کلنه بالعمل مساوی اولوب حا جزئی حب جزئنه
بالفرض مساوی اولدیغندن باقی قلان اد به جزلری دخی
بربرینه مساوی اولمغله (متعارفه) داب مثلثندن دا دب
ضلعلری هبا مثلثندن هب ها ضلعلرینه مساوی اولوب
د زاویه‌سی دخی ه زاویه‌سنه مساویه اولدیغندن ابد
زاویه‌سی باه زاویه‌سنه مساویه اولور امدی حاه حبد
زاویتین متساویتیندن باه ابد زاویتان متساویتان طرح
اولندقده فوق القاعده باقی قلان حاب حبا زاویه‌لری دخی
متساویتین اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه هر مثلث متساوی الاضلاع متساویة الزوایادر

❋دعوی و نظیری❋

بر مثلثك زوایاسندن ایکی زاویه بربرینه مساوی اولسه لرانلری موتر
اولان ضلعلر دخی بربرینه مساوی اولورلر

مثلا اب ج مثلثنده جا ب ج ا زاویه‌لری بربرینه مساوی اولسه‌لر جا ج ب ضلعلری دخی بربرینه مساوی اولورلر * زیراد کل ایسه بریسی البته اطول اولور فرض ایده‌لم که ج ب ضلعی اطول اولسون امدی ج ب اطولندن جا اقصرینه مساوی د ب قطع اولنوب (ج) اد دخی وصل اولندقده حادث اولان اب د مثلثنده د ب با ضلعلری اب ج مثلثندن جا اب ضلعلرینه مساوی اولوب د با زاویه‌سی جا ب زاویه‌سنه بالفرض مساوی اولدیغندن اب د مثلثی هرحالده اب ج مثلثنه مساوی اولوب (د) جزؤ کله مساوی اولمق لازم کلور بوایسه خلافدر بو تقدیرجه ج ب ضلعی جا ضلعندن اطول اولامز و بومثللو اثبات اولنورکه اقصردخی اولامز اولسیدن جا ج ب ضلعلری بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه هر مثلث متساویة الزوایا متساوی الاضلاعدر

دعوی ر نظری

برمثلثك اضلاعی مثلث اخرا ضلاعنه نظیر نظیره مساوی اولسه اول مثلثلرك نظیرنظیره اولان زوایاسی دخی بربرینه مساوی اولورلر مثلا اب ج د هـ و مثلثلرنده اب ضلعی د هـ ضلعنه اج ضلعی د و ضلعنه ب ج ضلعی هـ و ضلعنه مساوی اولسه ج زاویه‌سی و زاویه‌سنه ب زاویه‌سی هـ زاویه‌سنه ا زاویه‌سی د زاویه‌سنه مساوی اولور * زیرا د هـ و مثلثندن د هـ ضلع اطولی اب ج مثلثندن اب ضلع اطولنه اولوجهله تطبیق اولنسه‌که و نقطه‌سی ر نقطه‌سی محلنده واقع اولوب ج ر نقطه‌لری بینی دخی وصل اولندقده اج ضلعی د و یاخود ار ضلعنه بالفرض مساوی اولدیغی اج ر زاویه‌سی ار ج زاویه‌سنه مساوی اولوب (ج) ب ج ضلعی هـ و یاخود ب ر ضلعنه بالفرض مساوی اولدیغندن

ـ جر زاویه‌سی ـ رح زاویه‌سنه مساوی اولور لکن احر ـ حر زاویه‌لری ارح ـ رح زاویه لرینه نظیر نظیره مساوی اولمغین احـ زاویه‌سی مجموعی ارـ زاویه‌سی مجموعنه مساوی اولور (متعارفه ۸) وکذا اح ضلعی ار ضلعنه حـ ضلعی رـ ضلعنه و بینلرنده کی زاویه‌لردخی بربرینه مساوی اولدیغندن حاـ زاویه‌سی راـ زاویه‌سنه اـح زاویه‌سی اـر زاویه‌سنه مساوی اولور (ء) امدی اـد مثلثی دهو مثلثنك عینی اولدیغندن دهو مثلثنك زوایاسی اـح مثلثنك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ح نظری ❋

هر بر زاویهٔ قائمه بربرینه مساویدر

مثلا اـح دهو زاویهٔ قائمه‌لری بربرینه مساویدر * زیرا دهو زاویه‌سی اـح زاویه‌سنه اولوجهله تطبیقی توهم اولنسه که هـ نقطه‌سی ـ نقطه‌سنه هد خطی ـا خطنه منطبق اوله امدی هو خطی ـح خطنه منطبق اولمیوب اـح زاویه‌سنك خارجنده ـر امتدادنده واقع اولورا یسه اـ خطی ح نقطه‌سنه دکین استقامت اوزره اخراج اولندقده (موضوعه ۲) اـح اـر زاویه‌لری بالفرض قائمه اولدقلرندن حـ رـ خطلرندن هر بری اح خطی اوزرینه عمود اولوب (جلد ۱۰) برخط مستقیم خط مستقیم آخر اوزرینه عمود اولسه ایکی طرفنده حادث اولان زاویه‌لر بربرینه مساوی اولمغله (جلد ۹) حـا زاویه‌سی حـح زاویه‌سنه رـا زاویه‌سی رـح زاویه‌سنه مساوی اولمش اولور لکن رـا زاویه‌سی حـا یاخود اکا مساوی اولان حـح زاویه‌سندن اعظم اولمغین رـح زاویه‌سی حـح زاویه‌سندن اعظم اولوب

شیٔ اصغر شیٔ اعظمدن دخی اعظم اولمق لازم کلور بو ایسه
خلافدر بو تقدیرجه هو خطی اح زاویه سنک خارجنده واقع
اولامز و بو مثللو اثبات اولنورکه داخلنده دخی واقع اولامز
اولمیه‌جغندن هو خطی بح خطنه منطبق و هو زاویه سی دخی
اح زاویه سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❊دعوی ط عملی❊

بر زاویهٔ مسطحه‌یی تنصیف ایتمک طریقیدر
مثلا باح زاویهٔ مسطحه‌یی تنصیف ایتمک مراد اولنسه اولا اب
خطی اوزرنده کیف ما اتفق د نقطه‌سی تعیین اح خطندن دخی
اد خطنه مساوی اه قطع اولنوب (ح) ده نقطه‌لری بینی
وصل اولنه بعده ده خطی اوزرنه دهو مثلث متساوی
الاضلاعی رسم اولنوب (ا) او نقطه لری بینی دخی وصل
اولندقده باح زاویهٔ مسطحه‌سی او خطیله تنصیف اولنور
زیرا ❊ اد اه خطلری بالعمل بربرینه مساوی دو وه خطلری
دخی متساویین اولوب (حد ۱۷) ادو اهو مثلثلری بیننده او ضلعی
مشترک اولدیغندن مثلثین مرقومین هر حالده متساویین اولورلر
(ر) امدی هو ضلعی ود ضلعنه مساوی اولدیغندن انلر ایله
موتر اولان واه زاویه‌سی واد زاویه‌سنه مساوی اولمغله باح
زاویه‌سی او خطیله تنصیف اولنوب مطلوب ثابت اولور

❊دعوی ی عملی❊

بر خط مستقیم محدودی تنصیف ایتمک طریقیدر
مثلا اح خط مستقیم محدودی تنصیف ایتمک مراد اولنسه امدی
اح خطی اوزرنه احب مثلث متساوی الاضلاعی رسم اولنوب

(ا) ا ـ ح زاويه سى ـ ى خطيله تنصيف اولندقده (ط) اح خطى ى نقطه سنده تنصيف اولنور * زيرا ا ـ ح ضلعلرى متساويين (حد ۱۷) ـ ى ضلعى اى ـ حى ـ مثلثلرى بيننده مشترك اولوب اـى حـى زاويه لرى بالعمل متساويتين اولمغله هربار برمثلثدن ايكى ضلع وبيننده برزاويه مثلث اخردن ايكى ضلع وبيننده برزاويه يه نظيرنظيره مساوى اولسه مثلثلر هرحالده متساويين اولديغندن (ى) اولزاويه لرى موتر اولان اى ى ح دخى متساويين اولمغله اح خط مستقيمى ى نقطه سنده تنصيف اولنوب مطلوب ثابت اولور

* دعوى ١ عملى *

برخط مستقيم محدود اوزرنده فرض اولنان برنقطه دن خط مرقوم اوزرينه عمودا اخراجنك طريقيدر

مثلا ا ـ خط مستقيمى اوزرنده فرض اولنان ى نقطه سندن خط مرقوم اوزرينه عمود اخراجى مراد اولنسه اولا ا ـ اوزرنده كيف ما اتفق ه نقطه سى تعيين اولنوب ى ه مقدارى ى و دخى قطع اولنه (ح) بعده ه و خطى اوزرينه ه و ح مثلث متساوى الاضلاعى رسم اولنوب (ا) ح ى نقطه لرى بينى دخى وصل اولندقده ح ى خط مستقيمى ا ـ خطى اوزرينه عمودا اولور زيرا * ح ه ح و ضلعلرى متساويين اولمغله (حد ۱۷) ه ى ى و دخى بالعمل متساويين اولوب ه ح ى و ح ى مثلثلرى بيننده ح ى ضلعى مشترك اولديغندن مثلث اول اضلاعى مثلث ثانى اضلاعنه نظير نظيره مساوى اولمغين ه ى ح زاويه سى دخى و ى ح زاويه سنه مساوى اولور (ر) امدى برخط مستقيم خط مستقيم اخر اوزرينه واقع اولدقده طرفينده حادث اولان زاويه لر بربرينه مساوى

اولسەلر خط مرقوملر دخی بربرینه عمود اولمغین (حد ٩) د
نقطەسندن اخراج اولنان حد خطی اب اوزرینه عمود اولوب
مطلوب ثابت اولور

تنبیه اکر نقطهٔ مفروضه اب خطنك نهایتنده بولنور ایسه
اول خط استقامت اوزره اخراج اولنوب ینه عمل مذکور اجرا اولنه

❁دعوی ـ عملی❁

برخط مستقیم غیرمحدوددن خارج واقع اولان نقطهٔ مفروضەدن
اولخطه عمود اخراجنك طریقیدر .

مثلا اب خط مستقیمندن خارج واقع اولان ح نقطهٔ مفروضەسندن
اولخطه عمود اخراجی مراد اولنسه اولا اب اوزرنده کیف ما اتفق
د نقطەسی تعیین واو نقطەدن دح بعدیله حده دائرەسی رسم
اولنوب اب خطنی قطع ایلدیکی ر نقطەسیله ح نقطەسی بینی
وصل اولنه بعده ر نقطەسندن رح بعدیله حطح دائرەسی
دخی رسم اولنوب دائرهٔ مرقومەلر بربرینی قطع ایلدیکی ه نقطەسیله
ح نقطەسی بینی وصل اولندقده اب خطنی و نقطەسندە قطع
ایدوب حو خطی اب اوزرینه عمود اولور * زیرا دح ده
ره خطلری وصل اولندقده حادث اولان دحر دهر مثلثلرنده
دح ده وکذا رح ره خطلری بربرینه مساوی اولوب (حد ١٤)
در دخی مشترك اولدیغندن حدر هدر زاویەلری متساویتین
اولمغله (ر) دحو دهو مثلثلرنده دح ده متساویین دو دخی
مشترك اولوب حدو هدو زاویەلری متساویتین اولدیغندن دوح
دوه زاویەلری دخی متساویتین اولورلر (د) امدی برخط مستقیم
خط مستقیم آخر اوزرینه واقع اولدقده ایکی طرفنده حادث اولان
زاویەلر بربرینه مساوی اولسەلر خط مرقوملر بربرینه عمود

اولمغین

اولمغين (حد ٩) حـ نقطه سندن رسم اولنان حو خطى ا ـ خطنه عمود اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوى ٧ نظرى ❋

برخط مستقيم خط مستقيم آخر اوزرينه واقع اولسه ايكى طرفنده حادث اولان زاويتان متجاوزنان مجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساويدر مثلا ا ـ خطى حو خطى اوزرينه واقع اولسه ايكى طرفنده حادث اولان اـحـ اـى زاويتان متجاورنان مجموعى ايكى قائمه يه مساويدر زيرا * اـحـ اـى زاويه لرى متساويتين اولسه لر اشبو زاويه لردن هربرى زاويهٔ قائمه اولورلر (حـد ١٠ ٩) واكر مختلفتين اولسه لر حو خطى اوزرينه ـ نقطه سندن ـهـ عمودى اخراج اولندقده (ما) حادث اولان هـحـ هـى زاويه لرندن هربرى قائمه اولوب هـحـ زاويه قائمه سى هـا اـحـ زاويه لرى مجموعنه مساوى اولديغندن (متعارفه ٨) هـى هـا اـحـ زاويه لرى مجموعى ايكى قائمه يه مساوى وكذا اـى زاويه سى هـى هـا زاويه لرى مجموعنه مساوى اولديغندن (متعارفه ٨) اـحـ اـى زاويه لرى مجموعى ايكى قائمه يه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه هر خط مستقيمك مثلا حو خطنك اوزرنده واقع ـ نقطه مفروضه سندن برجهتنده اعمالى ممكن اولان زاويه لر مجموعى ايكى قائمه يه مساويدر

❋ دعوى ١٨ نظرى ❋

برخط مستقيم خطين مستقيمين آخرين ايله برنقطه ده متصل اولسه لر خط مرقومك ايكى طرفنده حادث اولان زاويه لر مجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساوى اولسه خطين مزبورين خط واحد مستقيم اولور

مثلا اب خط مستقيمى ب ج ب د خطلريله ب نقطه سنده متصل
اولدقده ا ب ج ا ب د زاويه لرى مجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساوى
اولسه لر ج ب د خطلرى خط واحد مستقيم اولور * زيرا ج ب
خطى اكر ب ه خطيله خط واحد مستقيم اولسه ا ب خطى ج ب ه
خط مستقيمى اوزرينه واقع اولوب ا ب ج ا ب ه زاويه لرى مجموعى
ايكى زاويهٔ قائمه يه مساوى اولمش اولور (مج) لكن ا ب ج ا ب د
زاويه لرى مجموعى بالفرض ايكى زاويهٔ قائمه يه مساوى اولديغندن
ا ب ج ا ب ه زاويه لرى مجموعى دخى ا ب ج ا ب د زاويه لرى مجموعنه
مساوى اولمغين هر بر مجموعدن ا ب ج زاويهٔ مشتركه سى طرح
اولندقده باقى قلان ا ب ه زاويه سى ا ب د زاويه سنه مساوى
اولوب جزؤ كله مساوى اولمق لازم كلور بو ايسه خلافدر
بو اجلدن ج ب ه خطلرى خط واحد مستقيم اوله مز بو مثللو
اثبات اولنور كه ب د خطندن ماعدا هر بر خط ج ب خطيله
خط واحد مستقيم اوله مز اولسيدن فقط ج ب د خطى خط
واحد مستقيم اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوى ١٥ نظرى *

هر ايكى خط مستقيمك بر بريله تقاطعندن حادث اولان زاويتان
متقابلتان بر برينه مساويدر

مثلا ا ب ج د خطلرى بر بريله ه نقطه سنده تقاطع ايتسه لر ا ه ج
د ه ب زاويتان متقابلتان وكذا ا ه د ج ه ب زاويتان متقابلتان
بر برينه مساوى اولورلر * زيرا ا ب اوزرينه ج ه واقع اولوب
ا ه ج ج ه ب زاويه لرى مجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساوى (مج) وكذا
ج د اوزرينه ب ه واقع اولوب ج ه ب ب ه د زاويه لرى مجموعى
دخى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساوى اولديغندن ا ه ج ج ه ب زاويه لرى

مجموعى

مجموعى جهـ ـهد زاويه لرى مجموعنه مساوى اولمغله (متعارفه) بينلرنده مشتركه اولان جهـ زاويه سى بعدالطرح باقى قلان اهج زاويه سى ـهد زاويه سنه مساوى اولور (متعارفه) وبو مثللر اثبات اولنوركه اهد زاويه سى دخى هـ زاويه سنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور نتيجه برنقطه ده متصل اولان خطوط مستقيمه نك احداث ايلديكى زاويه لر مجموعى درت زاويهٔ قائمه يه مساويدر

✻ دعوى ١٥ نظرى ✻

هر مثلثك اضلاعندن برضلعى اخراج اولنسه طشره سنده حادث اولان زاويه داخل مثلثده قارشوسنده اولان ايكى زاويه نك هر برندن بيوكدر مثلا ابج مثلثنده اب ضلعى د نقطه سنه قدر اخراج اولنسه طشره سنده حادث اولان جبد زاويه سى داخل مثلثده قارشوسنده اولان باج اجب زاويه لرينك هر برندن بيوكدر ✻ زيرا بج ضلعى هـ نقطه سنده تنصيف (١٠) اهـ نقطه لرى بتون وصل اولنوب هـ نقطه سى طرفنه اخراج اولنه بعده اهـ خطنه مساوى هو خطى قطع اولنوب (٣) بو دخى وصل اولندقده حادث اولان هاج هوب مثلثلرنده اهـ ضلعى هو ضلعنه هج ضلعى هب ضلعنه بالعمل مساوى اولوب اهج زاويه سى بهو زاويه سنه مساوى اولديغندن (٤) اجهـ زاويه سى هبو زاويه سنه مساوى اولور (٤) لكن جبد زاويه سى هبو زاويه سندن بيوك اولديغى اكا مساوى اولان اجب زاويه سندن دخى بيوك اولور واكر جب ضلعى ر نقطه سنه قدر اخراج اولنوب اب ضلعى تنصيف اولنورايسه وجه مذكور مثللو اثبات اولنوركه ابر زاويه سى ياخود اكا مساوى اولان جبد زاويه سى دخى جاب

زاویه سندن بیوك اولدیغی ظاهر اولوب مطلوب ثابت اولور

✱ دعوی یز نظری ✱

هر مثلثده بیوك ضلع بیوك زاویه مقابلنده واقع اولوب و بیوك زاویه بیوك ضلع مقابلنده واقع اولور

مثلا ا ب ح مثلثنده ا ب ضلعی ا ح ضلعندن بیوك اولسه ا ح ب زاویه سی ا ب ح زاویه سندن بیوك اولور ✱ زیرا ا ب ضلع اطولندن ا ح ضلعنه مساوی ا د قطع اولنوب (ح) (د) نقطه لری بینی وصل اولندقده حادث اولان ح د ب مثلثك خارجنده واقع ا د ح زاویه سی داخلنده اولان د ب ح زاویه سندن بیوك اولوب (لو) ا ح ا د ضلعلری متساویین اولدیغندن ا ح د ا د ح زاویه لری متساویتین اولوب (ه) ا ح د زاویه سی دخی د ب ح یاخود ا ب ح زاویه سندن بیوك اولور امدی ا ح ب زاویه سنك جزئی اولان ا ح د زاویه سی ا ب ح زاویه سندن بیوك اولغین کل اولان ا ح ب زاویه سی ا ب ح زاویهٔ مرقومه سندن چوق بیوك اولورونه ا ح ب زاویه سی ا ب ح زاویه سندن بیوك اولسه ا ب ضلعی ا ح ضلعندن بیوك اولور زیرا ✱ بیوك دکل ایسه یا مساوی ویا اصغر اولور اکر مساوی اولسه ا ح ب زاویه سی ا ب ح زاویه سنه مساوی اولمش اولور (ه) واکر اصغر اولسه ا ح ب زاویه سی ا ب ح زاویه سندن کوچك اولمش اولور (ر) بو اجلدن یعنی ا ب ضلعی ا ح ضلعنه مساوی ویا اندن اصغر اولمدیغندن بیوك اولمق لازم کلوب مطلوب ثابت اولور

✱ دعوی یح نظری ✱

بر مثلثك اضلاعندن هر ایکی ضلع مجموعی اوچنجی ضلعدن اطولدر

مثلا ا ب ح مثلثنده ا ح ح ب ضلعلری مجموعی ا ب ضلعندن

رط اولدز ✻ زیرا اح ضلعی ح نقطه سی طرفنه اخراج اولنوب
حب ضلعنه مساوی حد قطع (ح) ب د نقطه لری وصل
اولندقده حد حب ضلعلری بالعمل مساوی اولدقلرندن حدب
حبد زاویه لری دخی بربرینه مساوی اولورلر (٥) لکن ابد
زاویه سی حبد زاویه سندن بیوك اولمغین اکا مساوی اولان
دب زاویه سندن دخی بیوك اولور امدی هر مثلثده بیوك ضلع بیوك
زاویه مقابلنده بولنمغین (١٩) اد ضلعی اب ضلعندن اطول
اولوب اد ضلعی دخی بالعمل اح حب ضلعلری مجموعنه مساوی
اولدیغندن اح حب ضلعلری مجموعی اب ضلعندن اطول اولور
و مثلث مرقومدن هرقنقی ایکی ضلع مجموعی اوچنجی ضلعدن اطول
اولمسی ینه اشبو اسلوب اوزره اثبات اولنوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی ٢٢ عملی ✻

هر ایکیسی مجموعی اوچنجیدن اطول اولمق شرطیله فرض اولنان
اوچ خط مستقیمدن بر مثلث رسم ایتمك مراد اولنسه که مثلث
مذکورك اضلاعی اوچ خط مفروضه نظیر نظیره مساوی اوله
مثلا هر ایکیسی مجموعی اوچنجیدن اطول اولمق شرطیله فرض اولنان
اب ح خطوط ثلثه دن بر مثلث رسم ایتمك مراد اولنسه که مثلث
مرقومك اضلاعی خطوط مرقومه یه نظیر نظیره مساوی اوله امدی
اولا دز خط مستقیم محدودی رسم اولنوب اوزرنده ده خطی
ا خطنه هو خطی ب خطنه ور خطی ح خطنه مساوی قطع
اولنه (٣) بعده ه نقطه سندن هد بعدیله دحط محیط دائره سی
رسم اولنوب و نقطه سندن دخی ور بعدیله رحی محیط
دائره سی رسم اولندقده هر خطی هد یاخود اکا مساوی اولان
هط خطندن بالفرض اطول اولمغین رحی محیط دائره سنده

واقع و نقطه سی د ح ط دائره سنك خارجنده بولنور وینه ود خطی ور یاخود اکا مساوی اولان و ے خطندن بالفرض اطول اولمغین د ح ط محیط دائره سنده اولان د نقطه سی د ح ے دائره سنك خارجنده بولنورامدی د ح ے دائره سندن برجزئی د ح ط دائره سندن طشره واقع اولوب د ح ط دائره سندن دخی برجزئی د ح ے دائره سندن طشره بولندیغندن اشبو دائرتین مرقومتیندن هیچ بری هیئت مجموعه سیله آخرك داخلنده واقع اولامز وینه د ه ور خطلری یاخود انلره مساوی اولان ه ط و ے خطلرینك مجموعی ه و خطندن بالفرض اطول اولدیغندن دائرتین مزبورتین برینه تماس دخی ایده مزوكذا بریرندن خارج دخی واقع اولامز اولسیبدن بربرینی مثلا ح نقطه سنده قطع ایدر امدی ه ح و ح بینلری وصل اوانندقده حاصل اولان ه ح و مثلثی مثلث مطلوب اولور ❋ زیرا ه نقطه سی د ح ط دائره سنك مركزی اولدیغندن ه د ه ح متساویین اولوب (حد ١٤) ه د خطی بالعمل ا خطنه مساوی اولمغین ه ح خطی دخی ا خطنه مساوی اولور وكذا و نقطه سی د ح ے دائره سنك مركزی اولدیغندن ور و ح متساویین اولوب ور خطی بالعمل ح خطنه مساوی اولمغین و ح دخی ح خطنه مساوی اولورامدی ه و خطی دخی بالعمل ے خطنه مساوی اولمغین ه ح و مثلثنك اضلاعی ا ے ح خطوط ثلثه یه نظیر نظیره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ک عملی ❋

برخط مستقیم محدود اوزرنده نقطهٔ مفروضه سندن برزاویهٔ معلومه یه مساوی زاویه اعمالنك طریقیدر

مثلا د ه خط مستقیم محدودی اوزرنده د نقطهٔ مفروضه سندن

ب اح زاویه سنه مساوی زاویهٔ اخری اعمالی مراد اولنسه اولا اب اوزرنده کیف ما اتفق و نقطه سی تعیین ا نقطه سندن او بعدیله ورمک دائره سی رسم اولنوب اح خطی قطع ایلدیکی ر نقطه سیله و نقطه سی بینی وصل اولنه بعده او خطنه مساوی ی ح قطع وکذا ور خطنه مساوی ح ه دخی قطع اولنوب (ح) ی ح نقطه لری اوزرینه ی ح ح ه بعدلریله بر برینی ط نقطه سنده قطع ایدر ح ط ل ه ط م دائره لری رسم ی ط نقطه لرینه مرور ایدر ی ب خطی دخی رسم اولندقده حادث اولان ه ی ب زاویه سی ب اح زاویه سنه مساوی اولور ✻ زیرا ح ط نقطه لری وصل اولندقده ار او متساویین اولوب (حد ١٤) او خطی ی ح خطنه بالعمل مساوی اولدیغندن ار خطی دخی ی ح خطنه مساوی اولور متعارفه ١) وکذا ی ح ی ط متساویین اولدیغندن (حد ١٤) ار خطی ی ط خطنه مساوی اولور (متعارفه ١) امدی ور خطی ح ه یاخود اکا مساوی اولان ح ط خطنه بالعمل مساوی اولدیغندن ی ح ط اور مثلثلری اضلاعندن هربری نظیر نظیرینه مساوی اولمغله ی نقطه سنده اعمال اولنان ح ی ط زاویه سی وار یاخود ب اح زاویه سنه مساوی اولوب (ر) مطلوب ثابت اولور

✻دعوی کا نظری✻

بر مثلثدن جمیع زوایا و بر ضلع مثلث آخردن جمیع زوایا و بر ضلعه نظیر نظیره مساوی اولسه باقی ضلعلر دخی نظیر نظیره مساوی اولورلر مثلا زوایاسی نظیر نظیره مساوی اولان اب ح ی ه و مثلثلرندن اب ضلعی ی ه ضلعنه مساوی اولسه اح ضلعی ی و ضلعنه ب ح ضلعی ه و ضلعنه مساوی اولور ✻ زیرا اح ضلعی ی و ضلعنه

مساوی دکل ایسه یا اطول ویا اقصر اولوراکر اطول اولسه ءو
مقداری ار قطع اولنوب ـر نقطه لری بینی وصل اولندقده
اـ ار ضلعلری ءهـ ءو ضلعلرینه نظیرنظیره مساوی اولوب
راـ زاویه سی وءهـ زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن اـر
زاویه سی دخی ءهـو زاویه سنه مساوی اولمش اولور(ی) لکن
ءهـو زاویه سی اـحـ زاویه سنه بالفرض مساوی اولمغین اـر
زاویه سی دخی اـحـ زاویه سنه مساوی اولوب جزکله مساوی
اولمق لازم کلور بو ایسه خلافدر بو اجلدن احـ ضلعی ءو ضلعندن
اطول اولامز و بو مثللو اثبات اولنور که اقصر دخی اولامز اولسیدن
احـ اـ ضلعلری ءو ءهـ ضلعلرینه نظیرنظیره مساوی اولوب
حـاـ زاویه سی وءهـ زاویه سنه مساوی اولدیغندن ـحـ ضلعی
دخی هـو ضلعنه مساوی اولوب (ی) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ک نظری❋

برخط مستقیم خطین مستقیمین آخرینی قطع ایلسه زوایای
حادثه دن زاویتان متبادلتان بربرینه مساوی اولسه لر خطان
مرقومان متوازیین اولورلر

مثلا هـو خط مستقیمی اـحـ ءی خطین مستقیمین آخرینی قطع ایلسه
اهـو هـوء زاویتان متبادلتان دخی بربرینه مساوی اولسه لر اـ
حـء خطلری متوازیین اولورلر❋زیرا متوازیین اولمسه لریا اح
طرفنده یاخود ـءی طرفنده بربرینه تلاقی ایدرلر (حد ۳۴) اکر
ـء طرفنده ر نقطه سنده تلاقی ایلسه لر اول طرفده حادث اولان
ورهـ مثلثنک خارجنده واقع اهـو زاویه سی داخل مثلثده
قارشوسنده اولان هـوء زاویه سندن بیوک اولوب (لو) بوندن اقدم
متساویتین فرض اولنان اهـو هـوء زاویه لری بربرینه هم مساوی

ورهم

وهم غیر مساوی اولمق لازم کلور بو ایسه خلاف در بو تقدیرجه ا ـ ح ی
خطلری ـ ی طرفنده بربرینه تلاقی ایده مز و بو مثللو اثبات
اولنور که ا ح طرفنده دخی تلاقی ایده مز اولسیدن خطان
مرقومان متوازیین اولوب (حد ۲۳) مطلوب ثابت اولور
نتیجه برخط مستقیم اوزرینه عمود واقع اولان جمیع خطوط
مستقیمه بربرینه موازی اولورلر

❋ دعوی ۶ نظری ❋

برخط مستقیم خطین مستقیمین آخرینی قطع ایلسه خط قاطع مرقومک
برطرفنده حادث اولان زوایادن زاویهٔ خارجه زاویهٔ داخله یه
مساوی اولسه یاخود برطرفنده داخلده بولنان ایکی زاویه مجموعی
زاویتین قائمتین قدر اولسه خطان مرقومان متوازیین اولورلر
مثلا هـ و خط مستقیمی ا ـ ح ی خطلرینی قطع ایدوب خط قاطع
مرقومک برطرفنده حادث اولان زوایادن هـ ز ـ زاویهٔ خارجه سی
ز ح ی زاویهٔ داخله سنه مساوی اولسه یاخود برطرفنده داخلده
بولنان ـ ز ح ز ح ی زاویه لری مجموعی ایکی قائمه قدر اولسه
ا ـ ح ی خطلری متوازیین اولورلر * زیرا هـ ز ـ زاویهٔ خارجه سی
ز ح ی زاویهٔ داخله سنه بالفرض مساوی اولوب ا ز ح هـ ز ـ
زاویه لری متساویتین اولدیغندن (مه) ا ز ح ز ح ی زاویتان متبادلتان
دخی متساویتین اولورلر (متعارفه ۱) لکن برخط مستقیم خطین
مستقیمین آخرینی قطع ایلدکده حادث اولان زاویتان متبادلتان
بربرینه مساوی اولسه خطین مرقومین متوازیین اولمغین (کد) ا ـ
ح ی خطلری متوازیین اولورلر و بینه ـ ز ح ز ح ی زاویه لری مجموعی
بالفرض ایکی قائمه قدر اولمغله ا ز ح ـ ز ح زاویه لری دخی ایکی قائمه یه
مساوی اولدیغندن (کح) ا ز ح ـ ز ح زاویه لری مجموعی ـ ز ح

دحد زاویه‌لری مجموعنه مساوی اولوب (متعارفه) بینلرنده مشترکه
اولان ـ دح زاویه‌سی طرح اولندقده باقی قلانلر ح زاویه‌سی
دحد زاویه‌سنه مساوی اولور (متعارفه) وبو زاویه‌لر متبادلتین
اولدیغندن اب حد خطلری متوازیین اولوب (ک) مطلوب ثابت اولور

❀دعوی ۲۹ نظری❀

برخط مستقیم خطین متوازیین آخرینی قطع ایلسه زوایای حادثه‌دن
زاویتان متبادلتیان بربرینه مساوی اولورلر

مثلا هو خط مستقیمی اب حد خطین متوازیین آخرینی قطع ایلسه
زوایای حادثه‌دن اهو هوی زاویتان متبادلتان متساویتین اولورلر
زیرا * متساویتین اولمیوب هوی زاویه‌سی بیوک اولسه اهو
زاویه‌سنه مساوی هوب زاویه‌سی رسم اولنوب (ک) اب حد
خطلری بالفرض متوازیین اولدیغندن حد خطنی و نقطه‌سنده
قطع ایدن وب خط مستقیمی استقامت اوزره اخراج اولندقده
اب خطنی دخی ب نقطه‌سنده قطع ایتسکله (موضوعه) حادث
اولان هوب مثلثنک خارجنده واقع اهو زاویه‌سی داخل مثلثده
قارشوسنده بولنان هوب زاویه‌سندن بیوک اولوب (۱۶) بوندن اقدم
بالعمل متساویتین اولان اهو هوب زاویه‌لری بربرینه هم مساوی
وهم غیر مساوی اولمق لازم کلور بو ایسه خلافدر بو تقدیرجه هوی
زاویه‌سی اهو زاویه‌سندن بیوک اولامز و بو مثللو اثبات اولنورکه
کوچک دخی اولامز اولسیدن اشبو مرقوم زاویتان متبادلتان
بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور نتیجه خطین
متوازیین‌دن برینه عمود اولان جمیع خطوط مستقیمه خط
متوازی آخره دخی عموددر

دعوى ٧ نظرى

برخط مستقيم خطين متوازيين آخرينى قطع ايلسه خط قاطعك برطرفنده حادث اولان زوايادن زاويهٔ خارجه زاويهٔ داخله يه مساوى اولوب وينه برطرفنده داخلده بولنان ايكى زاويه مجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساوى اولور

مثلا هو خط مستقيمى اب حد خطين متوازيين آخرينى قطع ايلسه خط قاطع مرقومك برطرفنده حادث اولان زوايادن هرب زاويهٔ خارجه سى رحد زاويهٔ داخله سنه مساوى اولوب وينه برطرفنده داخلده بولنان برح رحد زاويه لرى مجموعى ايكى قائمه يه مساوى اولور* زيرا هو خطى بالفرض متوازيين اولان اب حد خطلرينى قطع ايلديكندن ارح رحد زاويه لرى متساويتين اولوب (٤) ارح هرب زاويه لرى دخى متساويتين اولديغندن (٥) هرب زاويهٔ خارجه سى رحد زاويه داخله سنه مساوى اولور وينه برخط مستقيمى هو خطى اوزرينه واقع اولمغله ايكى طرفنده حادث اولان هرب برح زاويه لرى مجموعى ايكى قائمه قدر اولوب (٢) بوندن اقدم بربرينه مساواتى اثبات اولنان هرب زاويهٔ خارجه سى رحد زاويهٔ داخله سنه مساوى اولديغندن داخلده بولنان برح رحد زاويه لرى مجموعى ايكى قائمه يه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه برخط مستقيم خطين مستقيمين آخرينى قطع ايلسه خط قاطعك برطرفنده داخلده بولنان ايكى زاويه مجموعى ايكى قائمه دن اقل اولسه خطين مرقومين اول طرفه اخراج اولنسه لر البته بربرينه تلاقى ايدرلر

دعوى ٨ نظرى

خطوط مستقيمه دن هر برى برخط مستقيم آخره موازى اولسه لر

خطوط مرقومه دخی بربرینه موازی اولورلر

مثلا ا ب ج د خطلرندن هر بری هـ و خطنه موازی اولسه لر ا ب ج د خطلری دخی بربرینه موازی اولورلر * زیرا ا ب هـ و ج د خطلرینی ر ح ط نقطه لرنده قطع ایدر ر ط خط مستقیمی رسم اولندقده (موضوعه) ا ب هـ و خطلری بالفرض متوازیین اولوب انلری ر ح خطی قطع ایلدیکندن حادث اولان ا ر ح ر ح و زاویه لری متساویتین اولورلر (۲۹) وکذا ج د هـ و خطلری بالفرض متوازیین اولوب انلری ر ط خطی قطع ایلدیکندن حادث اولان ر ح و زاویه سی ح ط د زاویه سنه مساوی اولور (۲۹) لکن ا ر ح ر ح و زاویه لری متبادلتین اولدیغندن متساویتین اولوب وکذا ر ح و ح ط د زاویه لری داخله وخارجه اولدیغندن بینه متساویتین اولمغین ا ر ط زاویه سی دخی ر ط د زاویه سنه مساوی اولورامدی ر ط خطی ا ب ج د خطلرینی قطع ایتدکده حادث اولان ا ر ط ر ط د زاویتان متبادلتان متساویتین اولدیغندن ا ب ج د خطلری دخی متوازیین اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوى كر عملى ❋

برخط مستقیم محدودک خارجنده واقع نقطهٔ مفروضه یه مرورایدر خط مرقومه موازی خط مستقیم آخر رسم ایتمک طریقیدر

مثلا ا ب خط مستقیم محدودنک خارجنده واقع ج نقطهٔ مفروضه یه مرورایدر خط مرقومه موازی خط مستقیم آخر رسم ایتمک مراد اولنسه اولا ا ب اوزرنده کیف ما اتفق د نقطه سی تعیین د ج خطی وصل اولنوب د ج بعدینه مساوی د هـ دخی قطع اولنه (۳) بعده ج هـ نقطه لرندن ج د هـ د بعدلریله د و ب د و ط دائره لری رسم ج هـ هـ و خطلری دخی وصل اولندقده حادث اولان هـ ج د

مثلثنده

مثلثنده هر ایکی ضلع مجموعی اوچنجیدن اطول اولدیغندن (یج) دائره‌نك مرقومتین بربرینی قطع ایدر (نط) امدی و نقطه تقاطعندن و ح نقطه‌لرینه مرور ایدر رح خطی رسم اولندقده اب خطنه موازی اولور* زیرا هوح حدهـ مثلثلرنده حو وهـ ضلعلری حد دهـ ضلعلرینه بالعمل نظیرنظیره مساوی اولوب حهـ ضلعی مشترك اولدیغندن هحو زاویه‌سی حهد زاویه‌سنه مساوی اولور (ز) لکن اشبو زاویه‌لر متبادلتین اولدیغندن ح نقطه‌سنه مرور ایدر اولدیغی حالده رسم اولنان رح خطی اب خطنه موازی اولوب (ک) مطلوب ثابت اولور

دعوی ۱۷ نظری

هر مثلثك اضلاعندن بر ضلعی اخراج اولنسه خارج مثلثده حادث اولان زاویه داخل مثلثده قارشوسنده اولان ایکی زاویه مجموعنه مساوی اولوب وهم مثلثك اوچ زاویه‌سی مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه‌یه مساوی اولور

مثلا ابح مثلثندن اب ضلعی د نقطه‌سنه قدر اخراج اولنسه خارج مثلثده اولان حبد زاویه‌سی داخل مثلثده قارشوسنده بولنان بحا حاب زاویه‌لری مجموعنه مساوی اولوب و مثلثك بحا حاب ابح زاویه‌لری مجموعی دخی ایکی زاویه قائمه‌یه مساوی اولور* زیرا ب نقطه‌سنه مرور ایدر اح خطنه موازی بهـ خطی رسم اولندقده (کر) بهـ اح خطلری بالعمل متوازیین اولمغین انلری حب خطی قطع ایلدیکندن حادث اولان حبهـ بحا زاویه‌لری متساویتین اولوب (یه) وکذا بالعمل متوازیین اولان بهـ اح خطلرینی اد خطی قطع ایلدیکندن حادث اولان هبد زاویه‌سی حاب زاویه‌سنه مساوی اولمغله (یو) حبهـ هبد

زاویه‌لری مجموعی حـ‌ـد زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن خارج مثلثده اولان حـ‌ـد زاویه‌سی داخل مثلثده اولان ـحا حاـ زاویه‌لری مجموعنه مساوی اولور وبومساویلره اـح زاویه‌سی جمع اولندقده حـ‌ـد اـح زاویه‌لری مجموعی مثلث مرقومك اوج زاویه‌سی اولان ـحا حاـ اـح زاویه‌لری مجموعنه مساوی اولور امدی حـ‌ـد اـح زاویه‌لری مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه‌یه مساوی اولدیغندن (مح) مثلث مزبورك اوج زاویه‌سی اولان ـحا حاـ اـح زاویه لری مجموعی دخی ایکی زاویهٔ قائمه‌یه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه ۱ برمثلثدن ایکی زاویه مثلث آخردن ایکی زاویه‌یه نظیر نظیره مساوی اولسه‌لر زاویتان باقیتان دخی بربرینه مساوی اولورلر

نتیجه ۲ هر ذوار بعة اضلاع اولان شکل ایکی مثلثه تقسیم اولنه بیلدیکندن اول شکلك درت زاویه‌سی مجموعی درت زاویهٔ قائمه‌یه مساویدر

❋ دعوی ۲۸ نظری ❋

هر خطین متساوین ومتوازیین اطرافلری بیننه واصل اولان خطلرهم متساوین وهم متوازیین اولورلر

مثلا اـ دح خطین متساوین ومتوازیین اطرافلری بیننه واصل اولان اد ـح خطلری هم متساوین وهم متوازیین اولورلر زیرا ❋ اح قطری رسم اولنوب اـ حد خطلری بالفرض متوازیین اولمغین انلری اح خطی قطع ایلدیکندن حادث اولان دحا حاـ زاویه‌لری متساویتین اولورلر (مه) امدی اـح ادح مثلثلرنده اـ دح ضلعلری بالفرض متساوین اولوب اح ضلعی مشترك اولمغین دحا زاویه‌سی حاـ زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن (مد) اد ـح دخی متساوین اولوب داح احـ زاویه لری

متساویتین

متساويتين اولورلر(٤) وبو زاويه لر متبادلتين اولمغله اى ـ ح
خطلرى دخى متوازيين اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى ل نظرى

هر شكل متوازى الاضلاعدن ضلعان متقابلان وزاويتان متقابلتان
بربرينه مساوى اولوب قطرلرى دخى كندولرينى تنصيف ايدر
مثلا اـ حد شكل متوازى الاضلاعك اح قطرى وصل اولندقده
ضلعان متقابلان وزاويتان متقابلتان بربرينه مساوى اولوب اح
قطرى شكل مرقومى تنصيف ايدر * زيرا اى ـ ح ضلعلرى متوازيين
اولوب (حد ٢٥) انلرى اح قطع ايلديكندن حادث اولان داح احـ
زاويه لرى بربرينه مساوى وكذا دح اـ ضلعلرى متوازيين اولوب
انلرى اح قطع ايلديكندن حادث اولان دحا حاـ زاويه لرى
متساويتين اولديغندن داح دحا زاويه لرى احـ حاـ زاويه لرينه
نظير نظيره مساوى اولمغين باقى قلان ادح اـح زاويه لرى دخى
متساويتين اولوب (ا نتيجه ٤) داـ زاويه سى مجموعى دحـ
زاويه سى مجموعنه مساوى اولورامدى حدا مثلثندن هر برزاويه
اـح مثلثندن هر برزاويه يه نظير نظيره مساوى اولوب اح ضلعى مشترك
اولديغندن دح ضلعى اـ ضلعنه اد ضلعى ـح ضلعنه مساوى
مثلثلر دخى هرحالده بربرينه مساوى اولوب (كا) مطلوب ثابت اولور

دعوى لا نظرى

اشكال متوازية الاضلاع ياخود مثلثات خطين متوازيين بيننده
برقاعده اوزرنده بولنسه لر هر برى نظير نظيره مساوى اولورلر
مثلا اـ ده خطين متوازيين بيننده اـ قاعده سى اوزرنده بولنان اهـ

ـ ی متوازی الاضلاع شکللری بربرینه مساویدرزیرا * ای ـ ح خطلری متوازیین اولوب (حد ۳۵) انلری ی ه قطع ایلدیکندن حادث اولان ه ح ـ زاویه سی ی ا زاویه سنه مساوی اولور (۹) وکذا او ـ ه خطلری متوازیین اولوب (حد ۳۵) انلری دخی ی ه قطع ایلدیکندن حادث اولان او ی زاویه سی ـ ه ح زاویه سنه مساوی اولور (۹) لکن ای و ـ ح ه مثلثلرندن ی ا زاویه سی ه ح ـ زاویه سنه او ی زاویه سی ـ ه ح زاویه سنه مساوی اولدقلرندن باقی قلان ی ا و زاویه سی ح ـ ه زاویه سنه مساوی اولوب (۱۰ نتیجه) ای ضلعی دخی ـ ح ضلعنه مساوی اولدیغندن (لـ) مثلثین مرقومین متساویین اولورلر (کا) امدی مساوی شیلربرشیدن طرح اولنسه لر هر باقی بربرینه مساوی اولمغین ا ـ ه ی مجموع شکلدن ـ ح ه مثلثی طرح اولندقده باقی قلان ـ ی متوازی الاضلاعی شکل مرقومدن ای و مثلثی طرح اولندقده باقی قلان ا ه متوازی الاضلاعنه مساوی اولوروبنه ا ـ ح و خطین متوازیین بیننده ا ـ قاعده سی اوزرنده بولنان ا ـ ح ا ـ و مثلثلری بربرینه مساویدر زیرا * ح و خطی ایکی طرفندن ی ه نقطه لرینه قدر اخراج اولنوب ـ ح ضلعنه موازی ای رسم وکذا او ضلعنه موازی ـ ه دخی رسم اولندقده (کر) حادث اولان ـ ی ا ه متوازی الاضلاع شکللری آنفا اثبات اولندیغی اوزره بربرینه مساوی اولوب انلری ا ح ـ و قطرلری تنصیف ایتمکله (لـ) نصفلری اولان ا ـ ح ا ـ و مثلثلری دخی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی لو نظری❋

شکل متوازی الاضلاع ومثلث خطین متوازیین بیننده برقاعده اوزرنده بولنسه لر شکل مرقوم مثلث مزبورك ضعفی اولور

مثلا

مثلا ا ب د ه خطين متوازيين بينده ا ب قاعده سى اوزرنده بولنان ا ح متوازى الاضلاعى ا ب ه مثلثنك ضعفى اولور* زيرا ب د نقطه لرى بينى وصل اولندقده اشبو ب د قطرى ا ح متوازى الاضلاعنى تنصيف ايلديكندن (ل) شكل مرقوم ا ب د مثلثنك ضعفى اولوب ا ب د ا ب ه مثلثلرى متساويين اولمغين (لا) ا ح متوازى الاضلاعى ا ب ه مثلثنك دخى ضعفى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه اگر متوازى الاضلاع قاعده سى مثلث قاعده سنك نصفى اولسه ياخود مثلث قاعده سى متوازى الاضلاع قاعده سنك ضعفى اولسه اول شكلر بربرينه مساوى اولورلر

دعوى لم عملى

ايكى خط مستقيم محدود ايله برزاويه اولوب هر ضلعين متجاورين اشبو خطلره مساوى وبرزاويه سى زاويه مزبوره يه مساوى اولمق اوزره برشكل متوازى الاضلاع رسم ايتمك طريقيدر

مثلا ا ب ح ايكى خط مستقيم محدود ايله د زاويه سى اولوب هر ضلعين متجاورين اشبو مذكور خطلره متساوى وبرزاويه سى د زاويه مزبوره سنه مساوى اولمق اوزره برشكل متوازى الاضلاع رسم ايتمك مراد اولنسه اولا ا ب اوزرنده ا نقطه سنده د زاويه سنه مساوى ب او زاويه سى رسم اولنوب (ك) ح خطنه مساوى ا و قطع اولنه (ح) بعده و ه ضلعى ا ب خطنه هم مساوى وهم موازى رسم اولنوب (ب:كر) ب ه نقطه لرى دخى وصل اولندقده حاصل اولان ا ه شكلى مطلوب اولان متوازى الاضلاع اولور* زيرا ا ب و ه بالعمل هم متساويين وهم متوازيين اولدقلرندن ب ه او دخى هم متساويين وهم متوازيين اولورلر (ط)

امدی او ضلعی ح خطنه بالعمل مساوی اولدیغندن ـ هـ دخی ح خطنه مساوی اولوب اهـ متوازی الاضلاعندن هر ضلعین متجاورین اـ ح خطلرینه مساوی ـ اولـ زاویه‌سی دخی د زاویهٔ مزبوره‌سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❀ دعوی لد نظری ❀

هر مثلثک ایکی ضلعی تنصیف اولنوب بینی وصل اولندقده خط واصل مرقوم مثلث مزبورک قاعده‌سنه دائما هم موازی وهم انک نصفی اولور مثلا اـ ح مثلثندن حا حـ ضلعلری د هـ نقطه‌لرنده تنصیف اولنوب بینی وصل اولندقده اشبو دهـ خطی اـ قاعده‌سنه هم موازی وهم انک نصفی اولور زیرا دهـ اخراج اولنوب دهـ خطنه مساوی هو قطع ـو دخی وصل اولندقده هح هـ بالفرض متساویین دهـ هو دخی بالعمل متساویین اولوب دهح هو زاویه‌لری دخی متساویتین اولدیغندن (مه) ـو ضلعی دح یاخود مساویسی اولان دا ضلعنه مساوی اولوب هوـ زاویه‌سی دخی هدح زاویه‌سنه مساوی اولور (د) لکن دو خط مستقیمی حد وـ خطلرینی قطع ایدوب حادث اولان هدح هوـ زاویه لری متساویتین اولدیغندن ـو خطی حد یاخود دا خطنه موازی اولور (کـ) امدی ـو ا د خطلری متساویین ومتوازیین اولدیغندن اطرافلری بیننه واصل اولان دو اـ خطلری دخی هم متساویین وهم متوازیین اولورلر (لط) لکن اـ خطنه مساوی اولان دو خطی دهـ خطنک بالعمل ضعفی اولدیغندن دهـ خطی دخی اـ خطنک نصفی اولوب مطلوب ثابت اولور نتیجه هر قنقی مثلثک برضلعی تنصیف اولنوب نقطهٔ تنصیفدن قاعده‌سنه موازی ضلع آخره دکین برخط مستقیم رسم اولندقده خط مرقوم

قاعدهٔ

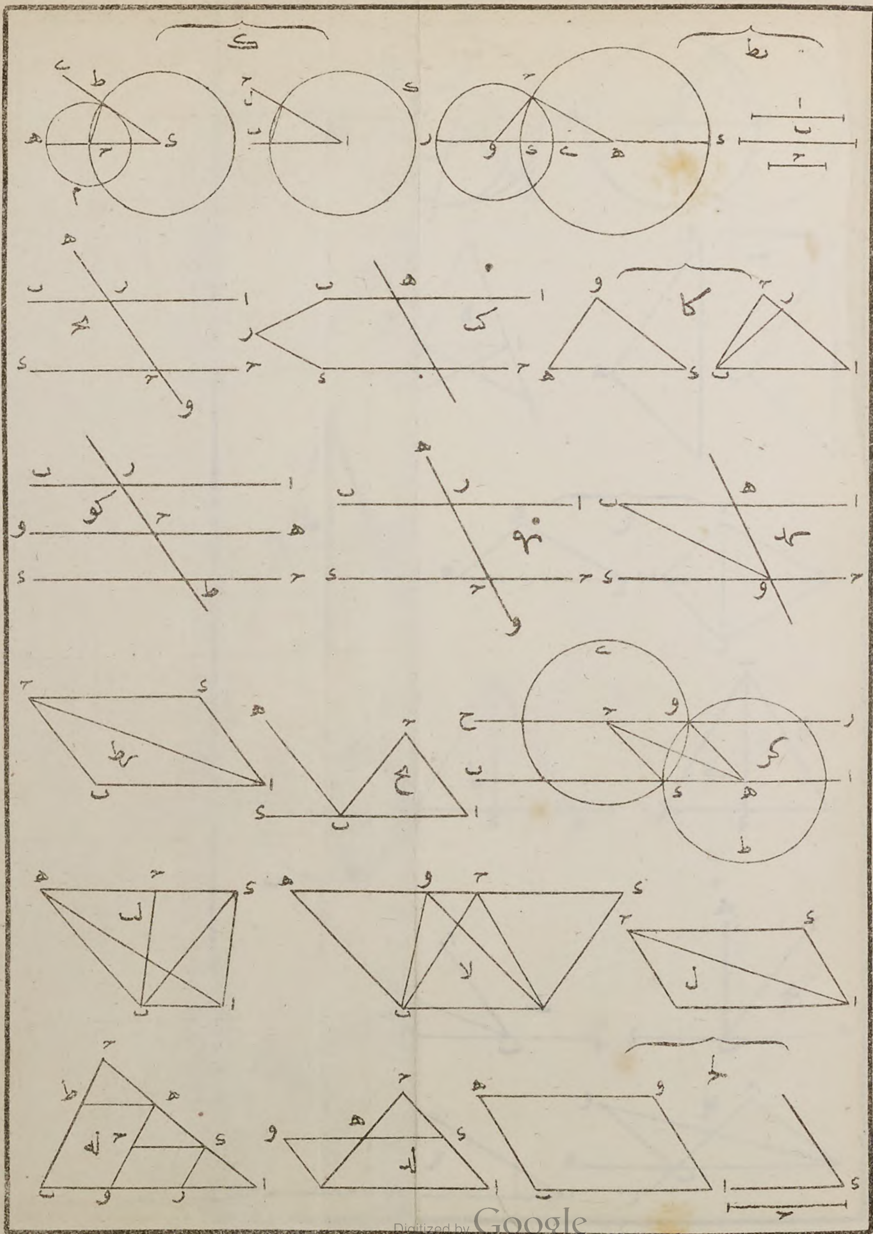
قاعدهٔ مزبوره نك نصفی اولوب ضلع آخر مذكوری دخی تنصیف ایدر

❀ دعوی ء عملی ❀

برخط مستقیم محدودی مراد اولنان مقداره اقسام متساویه ایله تقسیم ایتمك طریقیدر

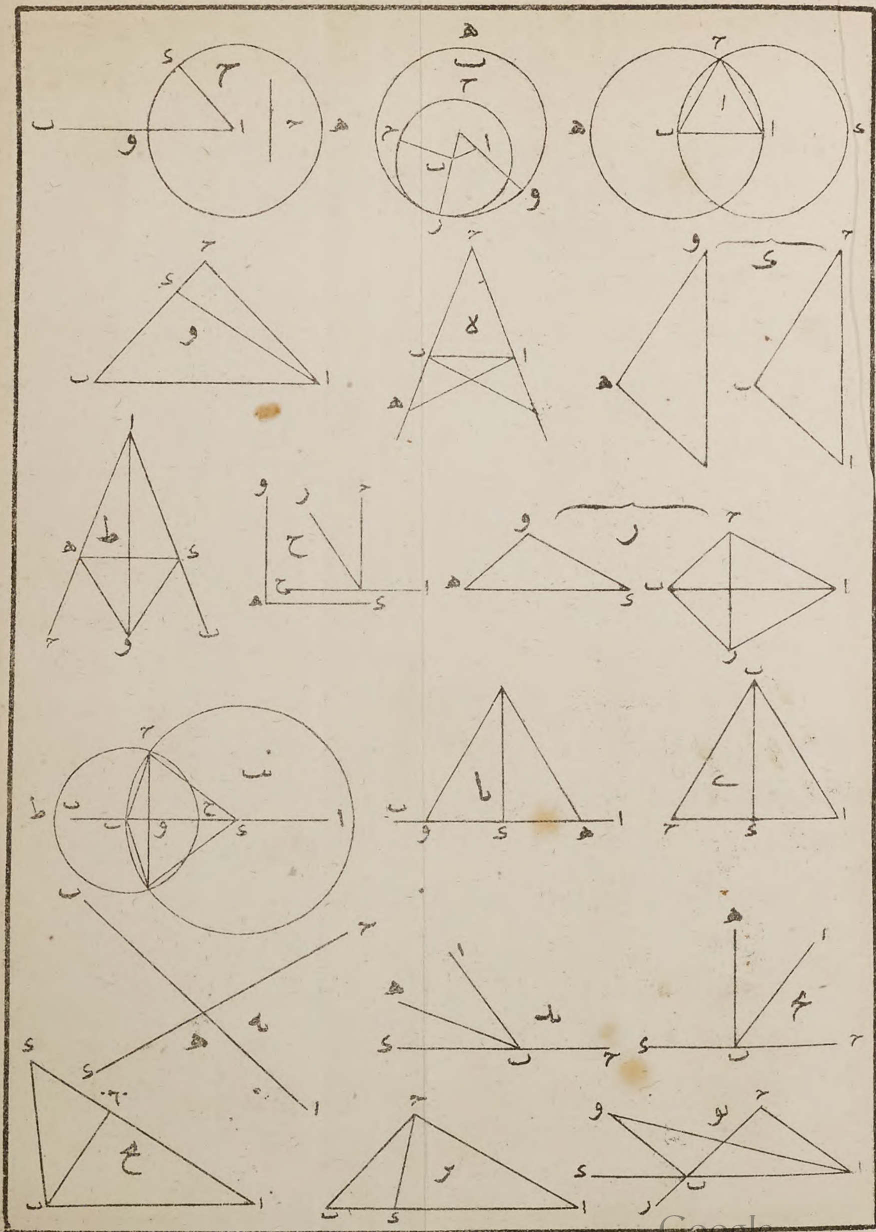
مثلا اب خط مستقیم محدودی مراد اولنان مقداره اقسام متساویه ایله تقسیم ایتمك مراد اولنسه اوّلا ا نقطه سنده برزاویه احداث ایلمك شرطیله نقطهٔ مزبوره دن اح خطی رسم اولنوب اوزرنده مراد اولنان مقداره دكین اء ءه هح مساوی جزلری قطع اوله (ح) بعده بح نقطه لری دخی وصل اولنوب اكا موازی هو ءر خطلری رسم اولندقده اح خطنك تقسیم اولندیغی مساوی جزلر مقداری اب خطی دخی و ر نقطه لرنده تقسیم اولنور ٭ زیرا ءر خطنه مساوی هح حط خطلری قطع اولنوب (ح) ءح نقطه لریله هط نقطه لری وصل اولندقده ءر خطی هو خطنه بالعمل موازی اولمغین اه خطی انلری قطع ایلدیكندن اءر زاویه سی ءهح زاویه سنه مساوی اولور (٧) امدی اءر ءحه مثلثلرندن اء ءر ضلعلری ءه هح ضلعلرینه بالعمل مساوی اولوب بینلرنده كی زاویه لر دخی بربرینه مساوی اولدیغندن ار ءح ضلعلریله ءار هءح زاویه لری بربرینه مساوی اولورلر (ی) لكن اه خط مستقیمی ءح او خطلرینی قطع ایدوب هءح زاویهٔ خارجه سی ءار زاویهٔ داخله سنه مساوی اولدیغندن ءح خطی ار یاخود رو خطنه موازی اولور (ع) وبو مثللو اثبات اولنور كه هط دخی ار خطنه مساوی اولوب ار یاخود وب خطنه موازی اولمغله رح وط شكللری متوازی الاضلاع اولوب

دح ضلعی رو ضلعنه هط ضلعی و ب ضلعنه مساوی اولور
(ل) امدی دح هط خطلرندن هربری از خطنه
مساوی اولدیغندن رو وب خطلری دخی از
خطنه مساوی اولوب مطلوب
ثابت اولور



ءح ضلع

(ل)



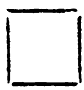
اصول هندسه دن مقالهٔ ثانیه

الحدود

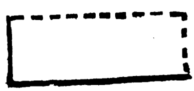
١ مستطیل اولدرکه متوازی الاضلاع اولوب هر ضلعین متجاورین مختلف وهر زاویه سی قائمه اوله



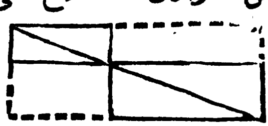
٢ مربع اولدرکه متوازی الاضلاع اولوب هر ضلعی بربرینه مساوی وهر زاویه سی قائمه اوله



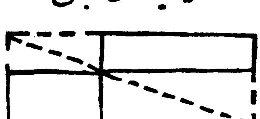
٣ برخطك خط آخره مستطیلی دیمك اول ایکی خط احاطه سندن حاصل اولان شکل متوازی الاضلاع قائم الزوایا اولوب مرقوم خطلره محیط اولان شکل دیرلر



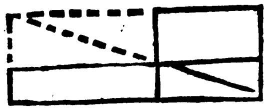
٤ هر شکل متوازی الاضلاعك قطری اوزرنده فرض اولنان برنقطه یه مرور ایدرا ولدیغی حالده هر ضلعین متقابلینه موازی برر خط مستقیم رسم اولندقده قطر ایله تنصیف اولنان شکللرك هر برینه شکل متوازی الاضلاع علی القطر دیرلر



٥ وقطر ایله تنصیف اولنمیان باقی شکللره متممان دیرلر



٦ هر شكل متوازى الاضلاعدن متوازى الاضلاع على القطرك بريله متمان مجموعنه علم ديرلر



٧ ارتفاع شكل ديو برشكلك رأسندن قاعده سى اوزرينه نازل اولان عموده ديرلر

❋دعوى ١ عملى❋

برخط مستقيم محدود اوزرينه برمربع رسم ايتمك طلب يقيدز مثلا اب خط مستقيم محدودى اوزرينه برمربع رسم ايتمك مراد اولنسه اولا اب نقطه لرندن اب خطنه مساوى واوزرينه عمود اولديغى حالده اد بج خطلرى رسم اولنوب (١ ـ ١١) بعده دج دخى وصل اولندقده حاصل اولان اج شكلى مربع مطلوب اولور زيرا داب ابج زاويه لرى بالعمل قائمه اولديغندن اد بج خطلرى متوازيين اولورلر (١ نتيجه ٢٨) وكذا اد بج خطلرى متوازيين ومتساويين اولديغندن اب دج خطلرى دخى هم متساويين وهم متوازيين اولورلر (١ ٣٣) امدى اد بج خطلرندن هربرى بالعمل اب خطنه مساوى وكذا اد اب بج دج خطلرى دخى بربرينه مساوى اولمغين داب زاويه سى دجب زاويه سنه ابج زاويه سى ادج زاويه سنه مساوى اولوب (١ ٤) داب ابج زاويه لرى بالعمل قائمه اولديغندن دجب ادج زاويه لرى دخى قائمه اولورلر امدى اب خطى اوزرينه رسم اولنان اج شكلنك هر ضلعى بربرينه مساوى وهر زاويه سى قائمه اولديغندن شكل مرقوم مربع اولوب (حد ٢) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ـ نظری ❋

برمستطیلك محیطانی مستطیل آخر محیطاتنه مساوی اولسه مستطیللر دخی بربرینه مساوی اولورلر وکذا برمربعك ضلعی مربع آخر ضلعنه مساوی اولسه مربعلردخی بربرینه مساوی اولورلر

مثلا ـ دوح مستطیللرندن اـ ح محیطانی هو ور محیطاتنه نظیر نظیره مساوی اولسه‌لر ـ د وح مستطیللری دخی بربرینه مساوی اولورلر * زیرا اح هر قطرلری وصل اولندقده اـ ـ ح ضلعلری هو ور ضلعلرینه نظیر نظیره بالفرض مساوی اولوب وبینلرنده بولنان ـ زاویه‌سی و زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن (ا ح) اـ ح هور مثلثلری دخی متساویین اولورلر (ا د) امدی هرشکل متوازی الاضلاعك قطرلری کندولرینی تنصیف ایدوب (ا لـ) نصفلرك تساویسندن بتونلرك تساویسی لازم کلمکله ـ د وح مستطیللرینك نصفلری اولان اـ ح هور مثلثلری بربرینه مساوی اولدیغندن بتونلری اولان ـ د وح مستطیللری دخی بربرینه مساوی اولورلر وبومثللو اثبات اولنورکه مربعلردخی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ح نظری

مساوی مربعلرك ضلعلری وقطرلری نظیر نظیره مساویدر

مثلا ـ د وح مساوی مربعلرك اـ هو ضلعلری وکذا اح هر قطرلری بربرینه مساویدر * زیرا اـ هو ضلعلری بربرینه مساوی اولمسه بری البت اطول اولمق لازم کلور فرض ایده لم که اـ اطول اولسون امدی هو یاخود ور خطنه مساوی ـ ـ ـ ط خطلری قطع اولنوب (ا ح) طـ دخی وصل اولندقده حادث

اولان ـطـ ورهـ مثلثلرندن ـ ـ ضلعی وهـ ضلعنه ـ ط ضلعی ور ضلعنه بالعمل مساوی اولوب بینلرنده بولنان ـ زاویه سی دخی و زاویه سنه مساوی اولدیغندن مرقوم مثلثلر بربرینه مساوی اولمش اولور (ا د) لکن مساوی مربعلرك نصفلری اولان وهر ـ اح مثلثلری متساوبین اولدیغندن (ا ل) ـ ـ ط مثلثی ـ اح مثلثنه مساوی اولوب کوچك بیوکه مساوی اولمق لازم کلور بوایسه خلاف در بوتقدیرجه ا ـ ضلعی هو ضلعندن اطول اولامز وبو مثللو اثبات اولنورکه اقصردخی اولامز اولسیدن ا ـ ضلعی هو ضلعنه ـ ح ضلعی ور ضلعنه ا ـ ح زاویه سی هور زاویه سنه مساوی اولدیغندن اح قطری دخی هر قطرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوی د نظری ✻

خط اطولك مربعی خط اقصر مربعندن اعظمدر ومربع اعظمك ضلعی مربع اصغر ضلعندن اطولدر

مثلا ا ـ خط اطولنك ـ د مربعی هو خط اقصرینك وح مربعندن اعظمدر ✻ زیرا ا ـ خطی هو خطندن ـ ح خطی ور خطندن بالفرض اطول اولدیغندن هو ور خطلرینه مساوی ـ ط ـ ـ قطع اولنوب (ا ح) اح طـ هر خطلری دخی وصل اولندقده حاصل اولان ـطـ وهر مثلثلرندن ـ طـ ـ ضلعلری وهـ ور ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی اولوب ـ زاویه سی دخی و زاویه سنه مساوی اولدیغندن (ا ح) مرقوم مثلثلر متساوبین اولورلر لکن ـ اح مثلثی ـ طـ مثلثندن بیوك اولمغین وهر مثلثندن دخی بیوك اولور امدی ـ د مربعی ـ اح مثلثنك ضعفی اولوب وح مربعی وهر مثلثنك ضعفی اولدیغندن

(ا ل) ـ د مربعى وح مربعندن اعظم اولورونه ـ د مربعى وح مربعندن اعظم اولسه ا ـ ضلعى هو ضلعندن اطول اولور اكر اطول دكل ايسه يا اقصر ويا اكا مساوى اولور لكن مساوى اولامز زيرا * ـ د مربعى وح مربعنه مساوى اولمق لازم كلور (ـ) اقصر دخى اولامز * زيرا ـ د مربعى وح مربعندن اصغر اولمق لازم كلور (د) اولسيدن ا ـ ضلعى هو ضلعندن اطول اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوى ٥ نظرى *

اشكال متوازية الاضلاع يا خود مثلثاتك قاعده لرى وارتفاعلرى مساوى اولسه هر برى نظيرى نظيره مساوى اولورلر

مثلا ا ـ هو قاعده لرى مساوى اولوب د ط ح ـ ارتفاعلرى دخى مساوى اولسه اح هر متوازى الاضلاعلرى بر برينه مساوى اولورلر * زيرا ا ـ هو قاعده لرى بحسب الاقتضا استقامت اوزره اخراج اولنوب اوزرلرينه حك رل عمودلرى اقامه اولندقده (ا س) حادث اولان دك حل شكللرى مستطيل اولديغندن دح ضلعى طك ضلعنه حر ضلعى ـل ضلعنه مساوى اولور (ا ل) لكن دح خطى ا ـ خطنه حر دخى هو خطنه مساوى اولديغندن طك خطى ا ـ خطنه ـل دخى هو خطنه مساوى اولوب بالفرض متساويين اولان ا ـ هو خطلرينه طك ـل خطلرى مساوى اولمغين اوزرلرنده واقع اولان دك حل مستطيللرى دخى متساويين اولورلر (ـ) امدى خطين متوازيين بيننده دح قاعدة واحده سى اوزرنده واقع اولدقلرندن دك مستطيلى اح متوازى الاضلاعنه مساوى وكذا حل مستطيلى هر متوازى الاضلاعنه مساوى اولمغله (ا لا) اح هر متوازى الاضلاعلرى دخى بر برينه مساوى اولورلرونه ا ـ هو قاعده لرى

مساوى

مساوى اولوب د ط حـ ارتفاعلرى دخى مساوى اولان ا ـ ى
هـ و ح مثلثلرى بربرينه مساوى اولورلر * زيرا مثلث مرقوملر
ا ح هـ ر متوازى الاضلاعلره تكميل اولنسه لر آنفا اثبات
اولنديغى وجه اوزره مرقوم متوازى الاضلاعلر بربرينه مساوى
اولمغله د ـ ح و قطعه لرى انلرى تنصيف ايلديكندن ا ـ ى مثلثى
هـ و ح مثلثنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه اشكال متوازية الاضلاع ياخود مثلثات خطين متوازيين بيننده
مساوى قاعده اوزرنده واقع اولسه لر هر برى نظير نظيره مساوى اولورلر

❋ دعوى و نظرى ❋

هر شكل متوازى الاضلاع درونده واقع متمان بربرينه مساويدر
مثلا ا ح متوازى الاضلاعى درونده واقع ا ط ط ح متمانى بربرينه
مساويدر * زيرا ـ ى خطى ا ح متوازى الاضلاعنك قطرى
اولديغندن د ا ـ مثلثى ـ ح ى مثلثنه مساوى اولور (ا ل) وكذا
هـ ر ح و شكللرى متوازى الاضلاع اولوب انلرك قطرلرى د ط
ط ـ اولديغندن د ر ط مثلثى د هـ ط مثلثنه ط و ـ مثلثى
ط ح ـ مثلثنه مساوى اولور امدى د ر ط ط و ـ مثلثلرينك
مجموعى د هـ ط ط ح ـ مثلثلرينك مجموعنه مساوى اولوب
هر بر مجموع د ا ـ ـ ح ى مساوى مثلثلردن طرح اولندقده باقى قالان
ا ط ط ح متمانى بربرينه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوى ر نظرى ❋

هر مربع درونده واقع متوازى الاضلاع على القطردن هر برى ينه مربعدر
مثلا ـ ى مربعنك ا ح قطرى اوزرنده واقع ح هـ و د متوازى
الاضلاعلرى ينه مربعدر * زيرا ا ـ ح ضلعلرى متساويين
اولديغندن ح ا ـ ا ح ـ زاويه لرى دخى متساويتين اولوب (ا ٥)

زح خطی دخی حـ خطنه موازی اولدیغندن اطح زاویه سی احـ زاویه سنه مساوی اولمغله (١ ٧) حـ اطح زاویه لری دخی متساویتین اولوب اح ضلعی حط ضلعنه مساوی اولور (١ و) امدی اح ضلعی هط ضلعنه حط ضلعی اه ضلعنه مساوی اولدیغندن (١ لـ) حه شکلی متساوی الاضلاع اولور وکذا هاح زاویه سی بالفرض قائمه اولوب حر هو خطلرندن هربری ـ ی مربعنك ضلعلرینه موازی اولدیغندن باقی زاویه لردخی قائمه اولمغله (١ ٧) حه شکلندن هربرضلعی بربرینه مساوی وهربرزاویه سی قائمه اولوب شکل مرقوم مربع اولور وبومثللو اثبات اولنورکه ور شکلی دخی مربع اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ح نظری❋

برخطك خط آخره مستطیلی ینه اولخطك خط آخر مرقوم اقسامندن هربریله مستطیلاری مجموعنه مساویدر

مثلا ا ایله ـحـ خطلرندن ـحـ خطی ی ه نقطه لرنده تقسیم اولنسه ا خطنك ـحـ خطنه مستطیلی اـی ای ه اه حـ مستطیلاری مجموعنه مساوی اولور * زیرا ـحـ خطی اوزرینه عمود اولدیغی حالده اولا ـ نقطه سندن ا خطنه مساوی ـو خطی رسم اولنوب (١ ١٣ حـ) ـحـ خطنه موازی ور دخی رسم اولنه بعده ـو خطنه موازی ی ح ه ط حر خطلری رسم اولندقده (١ كر) ور خطنی ح ط ر نقطه لرنده قطع ایدر امدی ـح مستطیلنك محیطانی ـی ـو خطلری اولدیغی کبی (حد ٣) ـی ا خطلری دخی اولور زیرا ـو خطی بالعمل ا خطنه مساویدر وکذا ی ط مستطیلنك محیطانی ی ه ی ح خطلری اولدیغی کبی ی ه ا خطلری دخی اولور زیرا ی ح خطی ـو خطنه مساویدر (١ لـ) وکذا

هر

هر مستطيلنك محيطاني هو ا خطلری بر مستطيل كبيرك محيطاني بو ا خطلری اولورامدی بر مستطيل كبيری بح ىط هر مستطيلاری مجموعنه مساوی اولديغندن محيطاني ا‌و خطلری اولان مستطيل كبير محيطانلری اى ا ىه ا هو خطلری اولان مستطيلار مجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى ط نظرى

برخط مستقيم محدود ايكی قسمه تقسيم اولنسه اقسامندن هر برينك خط مرقوم ايله مستطيلاری مجموعی خط مذكور مربعنه مساويدر مثلا اب خط مستقيمی ح نقطه سنده ايكی قسمه تقسيم اولنسه اح بح قسملرندن هر برينك اب خطيله مستطيلاری مجموعی اب خطنك مربعنه مساويدر * زيرا اب خطی اوزرنده اى مربعی رسم اولنوب (ا) ح نقطه سندن اه ياخود بى خطنه موازی حو خطی دخی رسم اولندقده (١ كر) حادث اولان او مستطيلنك محيطاني اه اح خطلری اولديغی كبی اب اح خطلری دخی اولور زيرا اه خطی اب خطنه مساويدر (حد) وكذا حى مستطيلنك محيطاني بى بح خطلری اولديغی كبی اب بح خطلری دخی اولور زيرا بى خطی اب خطنه مساويدر امدی او حى مستطيلاری مجموعی اى مربعنه مساوی اولديغندن اح بح قسملرندن هر برينك اب خطنه مستطيلاری مجموعی اب خطنك مربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى ه نظرى

برخط مستقيم محدود ايكی قسمه تقسيم اولنسه خط مرقوم كندی اقسامندن قسم مطلوبنه مستطيلی اول قسملرك بربرينه مستطيلی ايله قسم مطلوب مربعی مجموعنه مساوی اولور

مثلا اب خط مستقیمی ج نقطه سنده ایکی قسمه تقسیم اولنسه اب خطنک فرضا بج قسمنه مستطیلی اج جب قسملرینک بربرینه مستطیلی ایله بج قسمنک مربعی مجموعنه مساوی اولور * زیرا بج خطی اوزرینه جه مربعی رسم (ا) ا نقطه سندن جو خطنه موازی او دخی رسم اولنوب (اکر) هو خطی اخراج اولندقده خط موازی مرقومی و نقطه سنده قطع ایدر (موضوعه) امدی اه مستطیلنک محیطانی اب بو خطلری اولدیغی کبی اب جو خطلری دخی اولور زیرا بو خطی بج خطنه مساویدر (جد) وکذا ای مستطیلنک محیطانی اج جو خطلری اولدیغی کبی اج جب خطلری دخی اولور لکن اه مستطیلی ای مستطیلی ایله جه مربعی مجموعنه مساوی اولدیغندن اب جب مستطیلی اج جب مستطیلی ایله جب مربعی مجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی نظری

برخط مستقیم محدود ایکی قسمه تقسیم اولنسه خط مرقومک مربعی قسملرینک مربعلریله اول قسملرک بربرینه مستطیلنک ضعفی مجموعنه مساوی اولور

مثلا اب خطی ج نقطه سنده ایکی قسمه تقسیم اولنسه اب خطنک مربعی اج جب قسملرینک مربعلریله اج جب قسملرینک بربرینه مستطیلنک ضعفی مجموعنه مساوی اولور * زیرا اب خطی اوزرینه اد مربعی رسم (ا) هب قطری دخی وصل اولنوب اه خطنه موازی جط خطی رسم وقطر مزبوری قطع ایلدیکی ر نقطه سنه مرور ایدر هو خطنه موازی وح خطی دخی رسم اولندقده (اکر) هر مربع درونده بولنان متوازی الاضلاع على القطردن هر بری بشبه مربع اولدیغندن (د) وط شکلی

وريا خود اكا مساوى اولان اج خطنك مربعى وكذا حج شكلى
جب خطنك مربعى اولوب متممان دخى بربرينه مساوى اولديغندن
(و) ازرى مستطيللرى متساويين اولورلر امدى جز خطى جب
خطنه مساوى اولديغندن (٣٤) از شكلى اج جب خطلرينك
مستطيلى اولوب طد خطى ود ياخود اج خطنه مساوى دح
دخى جب خطنه مساوى اولديغندن (١ ل) رى شكلى دخى اج جب
خطلرينك مستطيلى اولمغله ار رى شكللرى اج خطنك جب
خطنه مستطيلنك ضعفى اولوب وط حح شكللرى دخى اج جب
خطلرينك مربعلرى اولمغين اشبو ايكى مستطيل ايله ايكى مربع مجموعى اد
مربعنه مساوى اولديغندن اب مربعى اج جب مربعلريله اج جب
مستطيلنك ضعفى مجموعنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور
نتيجه برخط مستقيمك مربعى اول خطك نصفنك مربعنك درت مثليدر

❁ دعوى س نظرى ❁

برخط مستقيم ايكى قسمه تقسيم اولنسه خط مرقومك مربعيله
برقسمنك مربعى مجموعى بنه اولخطك قسم مذكوره مستطيلى
ضعفيله قسم آخر مربعى مجموعنه مساوى اولور

مثلا اب خط مستقيمى ج نقطه سنده ايكى قسمه تقسيم اولنسه
اب بج خطلرينك مربعلرى مجموعى اب بج مستطيلى
ضعفيله اج مربعى مجموعنه مساوى اولور * زيرا اب خطى
اوزرينه اد مربعى رسم بهـ قطرى دخى وصل اولنوب
قطر اوزرنده مفروض ر نقطه سنه مرور ايدر وح حط خطلرى
بد با خطلرينه موازى رسم اولندقده حاصل اولان از رى
متممانى متساويين اولديغندن (و) هر برينه حط جمع اولندقده
اط حد حاصللرى دخى بربرينه مساوى اولورلر (متجارفه)

وكذا مساوى شيلرك ضعفلرى دخى بربرينه مساوى اولديغندن (متعارفه) علم تعبير اولنان ح ـ و شكليله حوط مجموعى اط ضعفنه مساوى اولور امدى حوط شكلى حـ خطنك مربعى اولوب (د) اـ ـ ح مستطيلنك ضعفى اط شكلنك ضعفنه مساوى اولديغندن ح ـ و علم ايله حوط مربعى مجموعى اـ ـ ح مستطيلنك ضعفنه مساوى اولورو بومساويلره حد باخوداكا مساوى اولان اح خطنك ح و مربعى جمع اولندقده ح ـ و علم ايله حوط ح و مربعلرى مجموعى اـ ـ ح مستطيلى ضعفيله اح خطنك مربعى مجموعنه مساوى اولورامدى ح ـ وعلم ايله حوط ح و مربعلرى مجموعى اى مربعيله حوط مربعى مجموعنه مساوى اولديغندن اـ ـ ح خطلرينك مربعلرى مجموعى اـ ـ ح مستطيلى ضعفيله اح خطنك مربعى مجموعنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى ٧ نظرى

خطين مختلفين مربعلرى بيننده اولان فضل خطين مرقومين مجموعنك بينلرنده اولان فضلى مستطيلنه مساويدر

مثلا اـ اح خطين مختلفين مربعلرى بيننده اولان فضل خطين مرقومين مجموعنك بينلرنده اولان فضلى مستطيلنه مساويدر زيرا اـ اح خطلرى اوزرينه اولا اهـ اط مربعلرى رسم ح هـ خطى دخى اخراج اولنوب اح خطنه مساوى هر قطع اولنه بعده هـ خطنه موازى رو رسم اولنوب حوط ـ ط خطلرى حز رو خطلريله ى و نقطه لرنده راست كلنجيه دكين استقامت اوزره اخراج اولندقده ح هـ خطى اـ خطنه مساوى اولوب (حد) هر خطى بالعمل اح خطنه مساوى اولديغندن حد خطى دخى اـ اح خطلرى مجموعنه مساوى اولوروكذا

اح خطی اب خطنه اد خطی اح خطنه مساوی اولدیغندن
دح خطی دخی اب اح خطلرینک بیننده فضلی اولان جب
خطنه مساوی اولورلکن حر حد خطلری در مستطیلنک
محیطانی اولدیغی کبی اب اح خطلری مجموعیله بینلرنده اولان جب
فضلی دخی محیطانی اولمغله که خطی حد یاخود اکا مساوی
اولان جب خطنه مساوی اولوب هر خطی دخی اح خطنه
بالعمل مساوی اولدیغندن کر مستطیلی حک مستطیلنه مساوی
اولور (ب) امدی حک کح مجموعی اه اط مربعلری بیننده اولان
فضل اولدیغندن انلره مساوی اولان حک کر مستطیللری دخی
مرقوم مربعلر بیننده اولان فضله مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✱دعوی مد نظری✱

هر مثلث قائم الزاویه ده وتر قائمه مربعی ضلعین باقیین مربعلری
مجموعنه مساویدر

مثلا ابج مثلث قائم الزاویه سنده وتر قائمه اولان اب مربعی ضلعین
باقیین اولان اج جب مربعلری مجموعنه مساویدر * زیرا اب
اج جب خطلری اوزرینه اه ار بح مربعلری رسم ج
نقطه سندن اد خطنه موازی جد خطی دخی رسم اولنوب
(اکر) بو جد اط جه خطلری دخی وصل اولندقده اج
خط مستقیمی رج جب خطلریله ج نقطه سنده متصل اولوب
اجر اجب زاویه لرندن هر بری قائمه اولدیغندن جر جب خطلری
خط واحد مستقیم اولور (يد) وکذا واج زاویه سی داب
زاویه سنه مساوی اولوب (اح) هر برینه جاب زاویه سی جمع
اولندقده حاصل اولان واب داج زاویه لری دخی متساویتین اولمغله
(متعارفه) ابو اجد مثلثلرندن وا اب ضلعلری جا اد

ضلعلرينه نظير نظيره مساوی اولوب (حد ۴) و بينلرنده كی زاويه لر دخی بربرينه مساوی اولديغندن اول مثلثلر هرحالده متساويين اولورلر (ای) لكن ار مربعی ا ـ و مثلثك ضعفی اولوب (الد) وكذا اـ متوازی الاضلاعی احو مثلثك ضعفی اولوب مساوی شيلرك ضعفلری دخی مساوی اولديغندن (متعارفه ٦) اـ متوازی الاضلاعی ار مربعنه مساوی اولور وبومثللو اثبات اولنوركه ـه متوازی الاضلاعی ـح مربعنه مساوی اهـ مربع كبيری دخی ار ـح مربعلری مجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه وترقائمه مربعيله برضلع مربعی بيننده كی فضل ضلع آخر مربعنه مساويدر

❀دعوی ٤٨ نظری❀

هرمثلثدن برضلعك مربعی باقی ضلعلرك مربعلری مجموعنه مساوی اولسه اشبو باقی ضلعلرك بيننده بولنان زاويه قائمه اولور مثلا اـح مثلثنده اـ مربعی اح حـ مربعلری مجموعنه مساوی اولسه احـ زاويه سی قائمه اولور * زيرا حـ خطی اوزرينه ح نقطه سندن اح خطنه مساوی حی عمودی اخراج اولنوب (ا ١١) یـ دخی وصل اولندقده یح مربعی اح مربعنه مساوی اولور (ـ) وبو مساويلره حـ مربعی جمع اولنسه یح حـ مربعلری اح حـ مربعلرينه مساوی اولور لكن یح حـ مربعلری مجموعی ـی مربعنه مساوی (ىد) اح حـ مربعلری مجموعی دخی اـ مربعنه بالفرض مساوی اولديغندن ـی مربعی اـ مربعنه مساوی اولوب اـ ـی خطلری دخی متساويين اولورلر (ح) امدی اـ ـی خطلری متساويين اولوب اح حی خطلری بالعمل بربرينه مساوی حـ خطی دخی مشترك اولديغندن

ا ـ ح د ـ ح مثلثلری متساویین اولوب (ا د) ا ح ـ زاویه‌سی ـ ح د زاویه‌سنه مساوی اولورامدی ـ ح د زاویه‌سی بالعمل قائمه اولمغین ا ح ـ زاویه‌سی دخی قائمه اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی و نظری ❋

ه‍ ر مثلثدن ایکی ضلع مربعلری بیننده اولان فضل موقع عمود ایله قاعده نهایتلری اراسنده واقع بعدلرك مربعلرینك فضلنه مساویدر

مثلا ا ـ ح مثلثنده ا ـ قاعده‌سی اوزرینه ح نقطه‌سندن ح د عمودی اخراج اولندقده ا ح ح ـ مربعلری بیننده اولان فضل ا د د ـ مربعلرینك فضلنه مساویدر * زیرا ا د د ح مربعلری مجموعی ا ح مربعنه مساوی (ید) ـ د د ح مربعلری مجموعی دخی ـ ح مربعنه مساوی اولدیغندن ا د د ح مربعلری مجموعیله ـ د د ح مربعلری مجموعی بیننده اولان فضل ا ح ح ـ مربعلرینك فضلنه مساوی اولوب د ح دخی مشترك اولدیغندن ا د د ح مربعلری مجموعیله ـ د د ح مربعلری مجموعی بیننده اولان فضل ا د د ـ مربعلرینك فضلنه مساوی اولورامدی شیلر برشیئه مساوی اولسه‌لر اول شیلردخی بربرینه مساوی اولمغله (متعارفه) ا ح ح ـ مربعلری بیننده اولان فضل ا د د ـ مربعلرینك فضلنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه هر مثلثدن ایکی ضلع مجموعنك بیانلرنده‌کی فضلنه مستطیلی موقع عمود ایله قاعده نهایتلری اراسنده واقع بعدلر مجموعنك اول بعدلر فضلی مستطیلنه مساویدر (٭)

❋ دعوی ز نظری ❋

هر مثلث منفرج الزاویه‌ده منفرجه وتری مربعنك ضلعین اخرین مربعلری مجموعندن بیوکاکی موقع عمود ایله زاویه

منفرجه بیننده‌کی بعدك قاعده‌یه مستطیلنك ضعفی قدردر
مثلا ا ب ح مثلثنده اب قاعده‌سی اوزرینه ح نقطه‌سندن ح ی
عمودی اخراج اولندقده اب ح زاویهٔ منفرجه‌سی وتری اولان
ا ح مربعنك اب ب ح مربعلری مجموعندن بیوکلکی اب ب ی
مستطیلنك ضعفی قدردر * زیرا ا ی خطی ب نقطه‌سنده ایکی
قسمه تقسیم اولندیغندن ا ی مربعی اب ب ی مربعلریله اب ب ی
مستطیلنك ضعفی مجموعنه مساوی اولغله (٩ا) اشبو مساویلره
ی ح مربعی جمع اولندقده ا ی ی ح مربعلری مجموعی اب ب ی ی ح
مربعلریله اب ب ی مستطیلنك ضعفی مجموعنه مساوی اولورلکن
ا ی ی ح مربعلری مجموعی ا ح مربعنه مساوی اولوب ب ی ی ح
مربعلری مجموعی ب ح مربعنه مساوی اولدیغندن (٤٧ا) ا ح
مربعنك اب ب ح مربعلری مجموعندن بیوکلکی اب ب ی
مستطیلنك ضعفی قدر اولدیغی معلوم اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ۱۳ نظری

هر مثلثدن زاویهٔ حاده وتری مربعنك ضلعین آخرین مربعلری
مجموعندن کوچکلکی موقع عمودایله زاویهٔ حاده بیننده‌کی
بعدك قاعده‌یه مستطیلنك ضعفی قدردر

مثلا اب ح مثلثنده اب قاعده‌سی اوزرینه ح نقطه‌سندن ح ی
عمودی اخراج اولندقده اب ح زاویهٔ حاده‌سی وتری اولان ا ح
مربعنك اب ب ح مربعلری مجموعندن کوچکلکی اب ب ی
مستطیلنك ضعفی قدردر * زیرا اب یاخود اخراج اولنان اب
خطی ی ا نقطه‌لرنده تقسیم اولندیغندن اب ب ی مربعلری
مجموعی اب ب ی مستطیلنك ضعفیله ا ی مربعی مجموعنه مساوی
اولغله (٧ب) اشبو مساویلره ی ح مربعی جمع اولندقده اب ب ی ی ح

مربعلری

مربعلری مجموعی ا ـ ى مستطیلنك ضعفیله اى ىه مربعلری مجموعنه مساوی اولور لکن ـ ى ىه مربعلری مجموعی ـه مربعنه مساوی اولوب اى ىه مربعلری مجموعی دخی اه مربعنه مساوی اولدیغندن (ىد) اه مربعنك اـ ـه مربعلری مجموعندن کوچکلکی ا ـ ى مستطیلنك ضعفی قدر اولدیغی ظاهراولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی یط نظری

هر مثلثك رأسندن قاعده‌سی وسطنه نازل اولان خطك مربعی ضعفیله نصف قاعده مربعنك ضعفی مجموعی ضلعین آخرین مربعلری مجموعنه مساویدر

مثلا اـه مثلثنك ه نقطه‌سی رأسندن اـ قاعده‌سی وسطنه نازل اولان ەهـ خطنك مربعی ضعفیله نصف قاعده اولان ها مربعنك ضعفی مجموعی اه ـ ضلعین آخرین مربعلری مجموعنه مساویدره زیرا اـ یاخود اخراج اولنان اـ اوزرینه ه نقطه‌سندن ـى عمودی اخراج اولندقده (اـ) اهه زاویه‌سی منفرجه اولدیغندن اه مربعی اه هه مربعیله اه هى مستطیلنك ضعفی مجموعنه مساوی اولوب (ىر) وکذا ـهه زاویه‌سی حاده اولدیغندن ه ـ مربعیله ـه هى مستطیلنك ضعفی مجموعی ـه هه مربعلری مجموعنه مساوی اولمغله (یح) اه خطی هـ خطنه بالفرض مساوی اولدیغندن ـه مربعیله اه هى مستطیلنك ضعفی مجموعی اه هه مربعلری مجموعنه مساوی اولور امدی مساویلر مساویلره جمع اولنسه‌لر حاصللر دخی مساوی اولمغله (متعارفه) اه ه ـ مربعلریله اه هى مستطیلنك ضعفی مجموعی اه هه مربعلری ضعفلریله

اهـ هى مستطيلنك ضعفى مجموعنه مساوى اولوب هر برنده
اهـ هى مستطيلنك ضعفى مشترك اولديغندن اشبو مشترك طرح
اولندقده اهـ هـ‍ح مربعلرينك ضعفلرى مجموعى اح حـ
مربعلرى مجموعنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوى ك نظرى ❋

مثلث متساوى الساقينك رأسندن قاعده‌سى اوزرنده مفروض برنقطه‌يه نازل اولان خطك مربعيله اوخطك قاعده‌دن قطع ايلديكى قسملرك مستطيلى مجموعى برساقك مربعنه مساويدر

مثلا ا‌ب‌ح مثلث متساوى الساقينك ح رأسندن ا‌ب قاعده‌سى اوزرنده مفروض هـ نقطه‌سنه نازل اولان حهـ خطنك مربعيله قاعده‌دن قطع ايلديكى اهـ هـ‍ب قسملرى مستطيلنك مجموعى احياخود حب مربعنه مساويدر * زيرا ا‌ب قاعده‌سى ى نقطه‌سنده تنصيف اولنوب (ا ب) ح ى نقطه‌لرى وصل اولندقده حادث اولان احى ب‌حى مثلثلرنده اح اى ضلعلرى ب‌ح ب‌ى ضلعلرينه نظير نظيره مساوى حى دخى مشترك اولديغندن حى ا زاويه‌سى حى ب زاويه‌سنه مساوى اولوب (ا ر) حى خطى ا‌ب اوزرينه عمود اولور (احد/٩) امدى اح هـ مثلثنده حى خطى عمود اولديغندن اح حهـ مربعلرى بيننده اولان فضل اى ى هـ مربعلرينك فضلنه مساوى اولور (لو) لكن ب‌هـ خطى اى ى هـ خطلرينك مجموعى اولوب اهـ خطى انلرك تفاضلى اولديغندن اى ى هـ مربعلرى بيننده اولان فضل اهـ هـ‍ب مستطيلنه مساوى (٤) اح حهـ مربعلرى بيننده اولان فضل دخى اهـ هـ‍ب مستطيلنه مساوى اولور وبو مستطيله حهـ مربعى جمع اولندقده حهـ مربعيله اهـ هـ‍ب مستطيلى

مجموعى

مجموعی اجـ مربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✱ دعوی کا نظری ✱

هر شکل متوازی الاضلاعك قطرلری بربرینی تنصیف ایدوب اول قطرلرك مربعلری مجموعی شکل مزبورك درت ضلعنك مربعلری مجموعنه مساوی اولور

مثلا ا ب جـ د متوازی الاضلاعك قطرلری بربرینی هـ نقطه سنده تنصیف ایتکله ا هـ خطی هـ جـ خطنه ب هـ خطی هـ د خطنه مساوی اولوب ا جـ ب د مربعلری مجموعی ا ب ب جـ جـ د د ا مربعلری مجموعنه مساوی اولور * زیرا د جـ هـ زاویه سی هـ ا ب زاویه سنه جـ د هـ زاویه سی هـ ب ا زاویه سنه مساوی (١ کد) د هـ جـ زاویه سی ا هـ ب زاویه سنه مساوی اولمغله (١ یه) د جـ ضلعی دخی ا ب ضلعنه مساوی اولدیغندن (١ ل) د هـ ضلعی هـ ب ضلعنه جـ هـ ضلعی هـ ا ضلعنه مساوی اولور (١ کا) بو تقدیرجه ب د خطی هـ نقطه سنده تنصیف اولنمغین د جـ جـ ب مربعلری مجموعی د هـ هـ جـ مربعلری مجموعنك ضعفنه مساوی اولوب (لط) د جـ خطی ا ب خطنه جـ ب خطی د ا خطنه مساوی اولدیغندن (١ ل) ا ب ب جـ جـ د د ا مربعلری مجموعی د هـ هـ جـ مربعلری مجموعنك درت مثلنه مساوی اولور امدی د هـ مربعنك درت مثلی ب د مربعنه مساوی هـ جـ مربعنك درت مثلی دخی ا جـ مربعنه مساوی اولدیغندن (نتیجه ٥) ا جـ ب د مربعلری مجموعی ا ب ب جـ جـ د د ا مربعلری مجموعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✱ دعوی ی عملی ✱

برخط مستقیم محدودی بر وجهله ایکی قسمه تقسیم ایتمك مراد اولنسه که خط مزبور کندی قسملرندن برینه مستطیلی قسم اخر مربعنه مساوی اوله

مثلا اب خط مستقيم محدودی بروجهله ایکی قسمه تقسیم ایتمك
مراد اولنسه که خط مرقوم کندی قسملرندن برینه مستطیلی قسم
آخری مربعنه مساوی اوله امدی اب خطی اوزرینه اولا اج
مربعی رسم اولنوب اد ضلعی ه نقطه سنده تنصیف اولنه
(١ ـ ١) بعده ب ه نقطه لری بینی وصل ها دخی ا نقطه سی
جهتنه استقامت اوزره اخراج اولنوب هب خطنه مساوی
هو قطع او اوزرینه دخی وح مربعی رسم اولندقده اب خطی
ح نقطه سنده بروجهله ایکی قسمه تقسیم اولنورکه اب ـ ح
مستطیلی اح مربعنه مساوی اولور زیرا دو خطی هب ها
خطلرینك مجموعی اولوب او خطی انلرك بیننده اولان تفاضلی
اولدیغندن دو وا مستطیلی هب ها مربعلری بیننده اولان
تفاضله مساوی اولور (٦) لکن وا خطی ور خطنه مساوی
اولدیغندن دو وا مستطیلی در شکلی اولوب هب ها مربعلری
بیننده اولان تفاضل اب مربعنه مساوی اولدیغندن (نتیجه ٤٧ ـ ١)
در اج شکللری متساویین اولورلر بو مساویلردن دح مشترکی
طرح اولندقده باقی قالان ار حج شکللری دخی متساویین اولورلر
امدی اب بج خطلری بربرینه مساوی اولدیغندن حج شکلی
اب ـ ح خطلرینك مستطیلی اولوب ار شکلی اح خطنك مربعی
اولمغین اب خطی ح نقطه سنده بروجهله ایکی قسمه تقسیم اولنورکه
اب ـ ح مستطیلی اح مربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

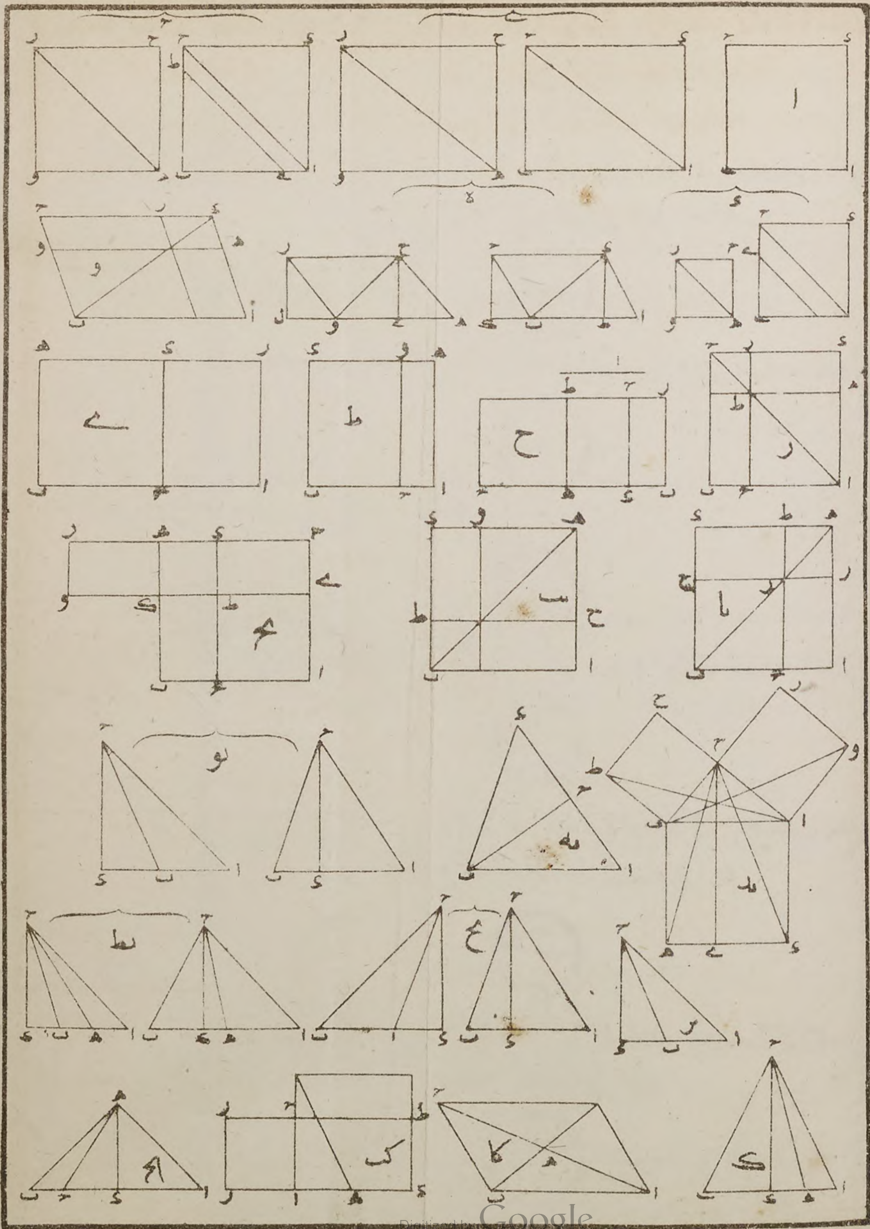
❋ دعوی ٤ نظری ❋

خطین مختلفین مربعلری مجموعی نصف مجموع خطین مرقومین مربعیله
اول خطلر بیننده کی نصف فضل مربعی مجموعنك ضعفنه مساویدر
مثلا اج جب خطین مختلفین مربعلری مجموعی نصف مجموع

خطین

خطین مرقومین مربعیله اول خطلر بینندهکی نصف فضلی مربعی
مجموعنك ضعفنه مساویدر زیرا خطین مختلفین مجموعی اولان
اب خطی د نقطه سنده تنصیف اولنوب نقطهٔ مزبوره دن خط
مذکور اوزرینه ای یاخود دب خطنه مساوی دھ عمودی
اخراج ھا ھب ھج خطلری دخی وصل اولنه بعده ای دب
خطین متساویینك هر برینه دج خطی زیاده اولندقده اج خطی
جب خطیله ضعف دج مجموعنه مساوی اولدیغندن (متعارفه)
دج خطی اج جب خطلری بیننده که نصف فضل اولورامدی
اده بده متساوی الساقین قائم الزاویه اولان مثلثلرك داھ
دھا دھب زاویه لرندن هر بری نصف قائمه اولدقلرندن
اھب زاویه سی دخی قائمه اولوب اھب مثلث متساوی الساقین
قائم الزاویه ده اج جب مستطیلی ایله جھ مربعی مجموعی اھ
مربعنه مساوی اولمغین (ك) اج جب مستطیلی ضعفیله جھ
مربعنك ضعفی مجموعی اھ مربعنك ضعفنه یاخود اب مربعنه
مساوی (متعارفه) (ند) وکذا اج جب مستطیلی ضعفیله اج جب
مربعلری مجموعی اب مربعنه مساوی اولوب (ما) اشبو مساویلرده
مشترك اولان اج جب مستطیلنك ضعفی هر برندن طرح اولندقده
باقی قلان جھ مربعنك ضعفی اج جب مربعلری مجموعنه مساوی
اولور (متعارفه) لکن جھ مربعی دھ یاخود اد مساوی اولان
اد مربعیله دج مربعی مجموعنه مساوی اولوب جھ مربعنك
ضعفی دخی اد دج مربعلری مجموعنك ضعفنه مساوی اولدیغندن
اج جب خطین مختلفین مربعلری مجموعی نصف مجموع
خطین مرقومین اولان اد مربعیله اول خطلر بیننده که
نصف فضل اولان دج مربعی مجموعنك ضعفنه مساوی
اولوب (متعارفه) مطلوب ثابت اولور

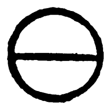
نتیجه هر مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه‌ده زاویهٔ قائمه‌دن
وترقائمه اوزرینه نازل اولان خطك مربعنك
ضعفی قسمی اولوره‌ره لری مجموعنه
مساویدر



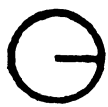
اصول هندسه دن مقالهٔ ثالثه

الحدود

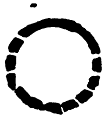
١ قطر دائره اولدر كه مركز دائره دن مرور ايدوب ايكى طرفلرى محيطه منتهى اولان خط مستقيمدر



٢ نصف قطر اولدر كه مركز ايله محيط بيننده واقع اولان خط مستقيمدر



٣ قوس اولدر كه محيط دائره دن برجزدر



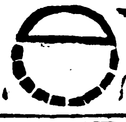
٤ وتر اولدر كه برقوسك نهايتلرى بيننه واصل اولان خط مستقيمدر



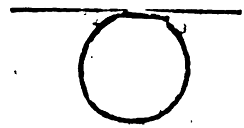
٥ نصف دائره برشكلدر كه قطر ايله اول قطرك محيطدن قطع ايلديكى جزئك احاطه سندن حاصل اوله



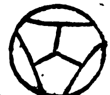
٦ قطعهٔ دائره برشكلدر كه قوس ايله اول قوسك وترى احاطه سندن حاصل اوله



٧ خط مماس اولدرکه محیط دائره‌یی قطع ایتمیوب فقط برنقطه‌سندن مرور ایدن خط مستقیمدر



٨ مرکز دائره‌دن بعدلری مساوی اولان وترلر اولدرکه مرکز مذکوردن اونلر مرقومه اوزرلرینه خروج ایدن عمودلر متساویه اوله



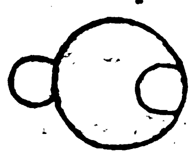
٩ مرکز دائره‌دن بعید اولان وتر اولدرکه مرکز مرقومدن اوزرینه خروج ایدن عمود اوتار سائره اوزرینه خروج ایدن عمودلردن اطول اوله



١٠ قطعه‌ده واقع زاویه اولدرکه وترك نهایتلرندن خروج ایدوب قطعهٔ مذکوره قوسی اوزرنده مفروض هرقنغی نقطه‌یه منتهی اولان ایکی خط مستقیمك احاطه ایلدیکی زاویه‌در



١١ دوائر متماس اولدرکه بربرینی قطع ایتمیوب فقط برنقطه‌ده تلاقی ایدن دائره‌لردر



✱ دعوی ١ عملی ✱

دائرهٔ معلومه‌نك مرکز مجهولنی تعیین ایتمك طلب یقیندر
مثلا ا ب ج دائره‌سنك مرکز مجهولنی تعیین ایتمك مراد اولنسه اولا

كيفما اتفق اب وتري رسم اولنوب اشبو وتر د نقطه سنده تنصيف اولنه (۱ ح) بعده اب اوزرينه د نقطه سندن مرور وايكي طرفي محيطه منتهي حه عمودي اخراج اولنوب عمود مرقوم و نقطه سنده تنصيف اولندقده اشبو و نقطه سي مركز اولور زيرا * نقطهٔ مرقومه مركز دكل ايسه يا حه خطي اوزرنده ديكر نقطه اولور ياخود خارج خطده واقع اولور امدي حه خطي اوزرنده ديكر نقطه مركز اولامز زيرا مركزدن محيطه خروج ايدن ايكي خط مستقيم بربرينه مساوي اولميوب دائره تعريفي باطل اولمق لازم كلور وكذا خارج خطده دخي واقع اولامز زيرا ر نقطه سي مركز اولسه دا ري رب خطلري وصل اولندقده حاصل اولان ادر بدر مثلثلرندن را ضلعي رب ضلعنه مساوي (۱ ح / ۱۸) اد ضلعي بالعمل دب ضلعنه مساوي رد ضلعي دخي مشترك اولديغندن ادر زاويه سي بدر زاويه سنه مساوي اولوب هر بري زاويهٔ قائمه اولمش اولور (۱ ح ب / ۹ ۱۰) اولسيدن ادر زاويه سي ادح زاويه سنه مساوي اولوب كل جزئنه مساوي اولمق لازم كلور بو ايسه خلافدر بو تقديرجه و نقطه سندن ماعدا ديكر نقطه مركز اولهمديغي ظاهر اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه بر دائره وترينك تنصيف اولنديغي نقطه سندن وتر مرقوم اوزرينه اخراج اولنان عمود مركز دائره يه مرور ايدر

* دعوي ـ نظري *

بر دائره محيطي اوزرنده مفروض ايكي نقطه بيننه واصل اولان خط مستقيم يعني وتر دائرهٔ مرقومه داخلنده واقع اولور

مثلا احب دائره سنك محيطي اوزرنده مفروض اب نقطه لري

بيتته واصل اولان اب وترى دائرهٔ مرقومه داخلنده واقع اولور
زيرا * ج مركزى تعيين (١) جا جب دخى وصل اولنوب اب اوزرنده
كيف ما اتفق فرض اولنان د نقطه سنه مرور ومحيط دائره يى ه
نقطه سنده قطع ايدر جه خطى رسم اولندقده جا جب متساويين
اولديغندن جاب زاويه سى جبا زاويه سنه مساوى اولور
(١ ٤) وكذا اجد مثلثنك خارجنده اولان جدب زاويه سى
داخل مثلثده واقع جاب زاويه سندن بيوك اولمغله (١و) اكا
مساوى اولان جبا زاويه سندن دخى بيوك اولور امدى هرمثلثده
ضلع اطول بيوك زاويه يه وتر واقع اولديغندن (١ ر) جب ياخود
اكا مساوى اولان جه خطى جد خطندن بيوك اولوب
د نقطه سى دائرهٔ مرقومه نك داخلنده واقع اولور وبو مثللو
اثبات اولنوركه اب اوزرنده فرض اولنان هربر نقطه
داخل دائره ده بولنغين اب وترينك مجموعى دخى دائرهٔ
مذكوره داخلنده واقع اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوى ج نظرى ❋

مركز دائره دن مرور ايدن خط مستقيم بر وترى تنصيف ايلسه
وتر مرقوم اوزرينه عمود اولور واكر وتر مرقوم اوزرينه
عمود اولسه اول وترى تنصيف ايدر

مثلا اب ج دائره سنك د مركزندن مرور ايدن ده خط مستقيمى
اب وترينى ه نقطه سنده تنصيف ايلسه خط مستقيم مرقوم اب
وترى اوزرينه عمود اولور * زيرا اد دب وصل اولندقده دا
ضلعى دب ضلعنه اه ضلعى هب ضلعنه بالفرض مساوى هد
دخى مشترك اولديغندن ده ا زاويه سى ده ب زاويه سنه مساوى
اولوب ده خطى اب وترى اوزرينه عمود اولور (١ حد) واكر

د مرکزندن مرور ایدن ده خط مستقیمی اب وتری اوزرینه عمود اولسه اشبو وتر ه نقطه سنده تنصیف اولنور * زیرا ا د ب وصل اولندقده داب زاویه سی دبا زاویه سنه مساوی اولوب (۱ ۸) اده زاویه سی ده ب زاویه سنه مساوی اولدیغندن (۱ ح) اده زاویه سی دخی هدب زاویه سنه مساوی اولور (۱ نتیجهٔ ۵) امدی دها دهب مثلثلرینک زوایاسی نظیر نظیره مساوی اولوب ده ضلعی مشترک اولدیغندن اه ضلعی هب ضلعنه مساوی اولمغله اب وتری ه نقطه سنده تنصیف اولنوب مطلوب ثابت اولور نتیجه مثلث متساوی الساقین رأسندن قاعده سی وسطنه نازل اولان خط مستقیم قاعدهٔ مرقومه اوزرینه عمود اولور واکر قاعدهٔ مرقومه اوزرینه عمود اولسه اول قاعده یی ورأس مثلثده اولان زاویه یی تنصیف ایدر

دعوی ۵ نظری

داخل دائره ده واقع هرقنقی نقطه دن محیطه دکین رسم اولنان خطوط مستقیمهٔ متساویه ایکیدن زیاده اولور ایسه نقطهٔ مذکوره مرکز دائره اولور

مثلا ابدح دائره سنک داخلنده واقع ه نقطه سندن محیطه دکین رسم اولنان ها هب هح اوچ خط مستقیمک مجموعی متساویه اولورایسه نقطهٔ مذکوره دائرهٔ مرقومه نک مرکزی اولور زیرا اب اح خطلری وصل اولنوب اشبو خطلر و ر نقطه لرنده تنصیف اولنه بعده ه نقطه سندن مرور ومحیطی د ح نقطه لرنده قطع ایدر ودرح خطلری رسم اولندقده حادث اولان اهو هوب مثلثلرنده او ضلعی بالعمل وب ضلعنه مساوی اه ضلعی بالفرض هب ضلعنه مساوی هو دخی مشترک اولدیغندن اوه زاویه سی وهب زاویه سنه مساوی اولوب (۱ ر) اب خطی

اوزرینه

اوزرینه وی خطی عمود اولور (۱ حد۹) امدی بر دائره وترینك تنصیف اولندیغی نقطه سندن اخراج اولنان عمود مرکزدن مرور ایلدیکندن (نتیجه ۱ــه) دائرهٔ مرقومه مرکزی وی خطی اوزرنده واقع اولوروبو مثللو اثبات اولنورکه مرکز مذکور رح خطی اوزرنده دخی واقع اولوب وی رح خطلری ایچون هـ نقطه سندن غیری فصل مشترك اولمدیغندن اشبو هـ نقطه سی مرکز اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوی نظری *

نصف قطرلری مساوی اولان دائرهلر بربرینه مساویدر واکر دائرهلر بربرینه مساوی اولسهلر انلرك نصف قطرلری دخی بربرینه مساوی اولورلر مثلا اــح دائره سنك را رــ نصف قطرلری ءهو دائره سنك ح و ح‌هـ نصف قطرلرینه مساوی اولسه اــح دائره سی ءهو دائرهسنه مساوی اولور * زیرا ءهو دائرهسی اــح دائرهسی اوزرینه بروجهله تطبیق توهم اولنسه که ح مرکزی ر مرکزینه منطبق اوله امدی ح و ح‌هـ نصف قطرلری بالفرض را رــ نصف قطرلرینه مساوی اولدیغندن و هـ نقطه‌لری اــح دائرهسنك محیطی اوزرنده واقع اولور (۱ حد۱٤) وبو مثللو اثبات اولنورکه ءهو محیطنده فرض اولنان هر برنقطه اــح محیطی اوزرنده واقع اولمغین محیطلر بربرینه منطبق اولوب دائره‌لردخی بربرینه مساوی اولورلر واکر اــح دائره سی ءهو دائرهسنه مساوی اولسه را رــ نصف قطرلری ح و ح‌هـ نصف قطرلرینه مساوی اولورزیرا دکل ایسه یا اطول ویا اقصر اولور اکر اطول اولسه دائرهلر بربرینه تطبیق اولندقده را رــ نصف قطرلری ح و ح‌هـ نصف قطرلرندن بالفرض اطول اولدیغندن و هـ نقطه‌لری اــح دائرهسنك داخلنده واقع اولور

وكذا اثبات اولنوركه د هو محيطنده فرض اولنان هر بر نقطه ا ح دائره سنك داخلنده واقع اولوب د هو دائره سی هيئت مجموعه سيله ا ح دائره سنك داخلنده بولنمغين د هو دائره سی ا ح دائره سندن هم كوچك وهم اكا مساوی اولمق لازم كلور بو ايسه خلافدر بونقدير جه دائره نصف قطرلری ح و ح ه نصف قطرلرندن اطول اولامز وبو مثللو اثبات اولنوركه اقصر دخی اولامز اولسيه دن بر برينه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور نتيجه دائره لرك قطرلری يا خود نصف قطرلری بر برينه مساوی اولسه لر اول دائره لرك محيطلری دخی بر برينه مساوی اولورلر

❋ دعوی و نظری ❋

ايكی دائره بر برينه داخلده تماس ايلسه لر اول دائره لرك مركزلريله تماس نقطه سی مجموعی بر خط مستقيم اوزرنده واقع اولورلر مثلا هر ب و ی و دائره لری بر برينه داخلده ب نقطه سنده تماس ايلسه لر اول دائره لرك مركزلريله نقطهٔ تماس مجموعی بر خط مستقيم اوزرنده واقع اولورلر زيرا هر ب دائره سنك ا مركزندن مرور ايدر ب ر قطری رسم اولندقده ی و ب دائره سنك مركزی ب ر خطی اوزرنده واقع اولميوب خارجنده ح نقطه سی مركز اولسه امدی ا ح ب وصل اولنوب مرقوم دائره لری ی ه نقطه لرنده قطع ايدنجيه دكين ا ح خطی اخراج اولندقده ا ح مثلثنده ا ح ب ضلعلری مجموعی ا ب ضلعندن يا خود اكا مساوی اولان ا ه خطندن اطول اولور (ا ع) وبونلردن ا ح مشتركی طرح اولندقده باقی قلان ح ب خطی باقی ديگر اولان ح ه خطندن اطول اولور امدی ح نقطه سی بالفرض ی و ب دائره سنك مركزی اولديغندن ح ب ح ی متساويين اولوب ح ی دخی ح ه خطندن اطول اولمق

لازم كلور بو ايسه خلاف قدر بو تقدیرجه ح نقطه‌سی ب د و
دائره‌سنك مركزی اولامزو بو مثللو اثبات اولنور كه خارج خطده
واقع اولان هر بر نقطه دخی مركز اولامز اولسیه‌دن ب د و دائره‌سنك
مركزی ا ب خطی اوزرنده واقع اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی د نظری ❋

ایکی دائره بر برینه خارجده تماس ایلسه‌لر او دائره‌لرك مركزلریله
تماس نقطه‌سی مجموعی بر خط مستقیم اوزرنده واقع اولورلر
مثلا ب هر ب د و دائره‌لری بر برینه خارجده ب نقطه سنده تماس
ایلسه‌لر او دائره‌لرك مركزلریله نقطهٔ تماس مجموعی بر خط مستقیم
اوزرنده واقع اولورلر * زیرا ب هر دائره‌سنك ا مركزندن مرور
ایدر ب د قطری رسم اولنوب ب د و دائره‌سنی و نقطه سنده
قطع ایدنجیه دکین اخراج اولندقده ب د و دائره‌سنك مركزی د و
خطی اوزرنده واقع اولمیوب خارجنده ح نقطه‌سی مركز اولسه
ح ا ح ب وصل اولندقده ب هر دائره‌سنك مركزی ا اولدیغندن
ا ه ا ب خطلری متساویین اولوب وكذا ب د و دائره‌سنك مركزی
بالفرض ح اولدیغندن ح د ح ب خطلری دخی متساویین اولورلر
امدی ا ب ب ح مجموعی ا ح خطندن اطول اولدیغندن (ا ع) ا ه ح د
مجموعی دخی ا ح خطندن اطول اولمق لازم كلور بو ایسه خلاف قدر
بو تقدیرجه ح نقطه‌سی مركز اولامز و بو مثللو اثبات اولنور كه
خارج خطده واقع اولان هر بر نقطه مركز اولامز اولسیه‌دن ب د و
دائره‌سنك مركزی د و خطی اوزرنده واقع اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ح نظری ❋

بر دائره‌ده واقع هر ایکی وترك مركزدن بعدلری مساوی اولسه

اولوترلر بربرینه مساوی اولورلر واكر وترلر بربرینه مساوی
اولسه لر انلرك مركزدن بعدلری دخی بربرینه مساوی اولور
مثلا اب هد دائره سنده واقع اب دهـ وترلرینك ط مركزندن
بعدلری مساوی اولسه اولوترلر بربرینه مساوی اولورلر * زیرا
اط طد وصل اولنوب مرقوم وترلر اوزرینه ط مركزندن طج
طو عمودلری دخی اخراج اولندقده (۱ س) اج خطی جب خطنه
دو خطی وهـ خطنه مساوی اولور (ح) امدی اجط دوط
زاویه لری قائمه اولدیغندن اج جط مربعلری مجموعی اط مربعنه
مساوی اولوب (۲ مد) دو وط مربعلری مجموعی دخی دط
مربعنه مساوی اولور لكن اط مربعی طد مربعنه مساوی
اولدیغندن (۲ ب) اج جط مربعلری مجموعی دو وط مربعلری
مجموعنه مساوی اولور وكذا طج طو خطلری متساویین
اولدیغندن (حد ۸) انلرك مربعلری دخی متساویین اولوب (۲ ب)
باقی قلان اج مربعی دو مربعنه مساوی اولور یعنی اج خطی دو
خطنه اب خطی دهـ خطنه مساوی اولور (متعارفه ٦) واكر اب
وتری دهـ وترینه مساوی اولسه انلرك مركزدن بعدلری اولان
طج طو خطلری دخی بربرینه مساوی اولورلر * زیرا اج جط
مربعلری مجموعی طا مربعنه مساوی اولوب دو وط مربعلری
مجموعی دخی طد مربعنه مساوی اولدیغندن طا مربعی طد
مربعنه مساوی اولمغله اج جط مربعلری مجموعی دو وط
مربعلری مجموعنه مساوی اولور امدی اج خطی اب خطنك
نصفی اولوب (ح) دو خطی دخی دهـ خطنك نصفی اولدیغندن
اج مربعی دو مربعنه مساوی اولوب (۲ ب) جط مربعی وط
مربعنه مساوی اولدیغی حالده باقی قالمغین جط وط خطلری
دخی بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه

نتیجه هر ایکی مثلث قائم الزاویه نك قائمه وترلریله بر ضلعلری نظیر
بنظیره مساوی اولسه لر باقی ضلعلر دخی بر برینه مساوی اولورلر

* دعوی طـ نظری *

داخل دائرده واقع خطوط مستقیمه نك هر برندن قطر اطولدر
وخطوط باقیه نك مرکزه قریب اولانی بعید اولانندن اطولدر
مثلا ا ـ حـ ی دائره سنده هـ نقطه سی مرکز ای خطی قطر اولوب
اشبو مرکزه ـ حـ خطی ور خطندن قریب اولسه ای قطری
ـ حـ خطندن ـ حـ خطی ور خطندن اطول اولور * زیرا ـ حـ
ور خطلری اوزرینه مرکز مزبوردن هـ ح هـ ط عمودلری اخراج
اولنوب هـ ـ هـ حـ هـ ر هـ و وصل اولندقده ها هـ ـ
متساویین اولوب هـ ی هـ حـ دخی متساویین اولدیغندن ای خطی
هـ ـ هـ حـ خطلری مجموعنه مساوی اولور امدی هـ ـ هـ حـ
خطلری مجموعی ـ حـ خطندن اطول اولدیغندن (ا ع) ی دخی
ـ حـ خطندن اطول اولور وبنه هـ ح ح ـ مربعلری مجموعی
هـ ـ مربعنه مساوی هـ ط ط و مربعلری مجموعی هـ و مربعنه
مساوی اولوب هـ ـ مربعی دخی هـ و مربعنه مساوی اولدیغندن
هـ ح ح ـ مربعلری مجموعی هـ ط ط و مربعلری مجموعنه مساوی
اولورلکن مرکز دائره یه ور خطی ـ حـ خطندن بالفرض
بعید اولدیغندن هـ ط عمودی هـ ح عمودندن اطول اولوب (حد ٩)
هـ ط مربعی هـ ح مربعندن اعظم اولمغین (م ی) ح ـ مربعی
ط و مربعندن اعظم اولدیغی حالده باقی قلوب ح ـ خطی
ط و خطندن اطول اولور (م ی) امدی ـ حـ خطی ـ ح خطنك
ضعفی اولوب ور خطی ط و خطنك ضعفی اولدیغندن ـ حـ
دخی ور خطندن اطول اولوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوی ـ نظری✻

قطر دائره اوزرینه برنهایتندن اخراج اولنان عمود دائرهٔ مرقومه یه فقط اول نهایت نقطه‌سنده تماس ایدر

مثلا ا ـ ح دائره‌سنده هـ نقطه‌سی مرکز ا ـ خطی قطر اولوب اوزرینه ـ نقطه‌سی نهایتندن ـ د عمودی اخراج اولنسه دائرهٔ مرقومه یه فقط ـ نقطه‌سنده تماس ایدر * زیرا ـ د اوزرنده کیف ما اتفق و نقطه‌سی تعیین اولنوب محیط دائره‌یی ح نقطه‌سنده قطع ایدر اولدیغی حالده هو دخی وصل اولندقده هـ ـ د زاویه‌سی بالفرض قائمه اولدیغندن ـ هو هو ـ زاویه‌لرندن هر بری قائمه‌دن کوچک اولور (١ ٤) لکن هر مثلثده ضلع اطول زاویهٔ عظمایه وتر واقع اولدیغندن هو ضلعی هـ ـ ضلعندن یاخود اکا مساوی اولان هح خطندن اطول اولورامدی هو خطی هح خطندن اطول اولدیغندن و نقطه‌سی ا ـ ح دائره‌سنک خارجنده واقع اولور و بومثللو اثبات اولنور که ـ د اوزرنده مفروض ـ نقطه‌سندن ماعدا هر نقطه دخی خارج دائره‌ده واقع اولوب ـ د خطی دائرهٔ مرقومه‌یی قطع ایلمدیکندن فقط ـ نقطه‌سنده تماس ایدوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه دائرهٔ مفروضه یه مماس اولان خط مستقیم فقط بر نقطه‌ده تماس ایدر زیرا * ایکی نقطه‌ده راست کلسه خط مرقوم دائرهٔ مزبوره داخلنده واقع اولمق لازم کلور (ـ)

✻دعوی ١ عملی✻

نقطهٔ مفروضه‌دن دائرهٔ معلومه یه خط مماس رسم ایتمک طریقیدر

مثلا ا مفروضه‌سندن و ح دائرهٔ معلومه‌سنه خط مماس رسم

ایجك مراد اولنسه اولا هـ مركزی تعیین (ا) هـ ادخی وصل اولنوب
هـ مركزندن ها بعدیله راـ دائره‌سی رسم اولنه بعده ی
نقطه‌سندن ها خطی اوزرینه یـ عمودی اخراج اولنوب هـ
اح خطلری دخی وصل اولندقده اح خطی خط مماس مطلوب
اولور * زیرا هـ نقطه‌سی وح راـ دائره‌لرینـك مركزی
اولدیغندن ها خطی هـ خطنه هی خطی هح خطنه
مساوی اولورامدی هاح هـی مثلثلرندن ها هح ضلعلری
هـ هو ضلعلرینه نظیرنظیره مساوی اولوب هـ زاویه‌سی
زاویهٔ مشتركه اولدیغندن هحا زاویه‌سی هیـ زاویه‌سنه مساوی
اولورامدی هیـ زاویه‌سی قائمه اولدیغندن هحا زاویه‌سی دخی
قائمه اولوب اح خطی هح اوزرینه عمود اولمغین وح
دائره‌سنه ح نقطه‌سنده مماس اولوب (ـ) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ـ نظری ❋

مركزدائره ایله نقطهٔ تماس بیننه واصل اولان خط مستقیم
خط مماس اوزرینه عمود اولور

مثلا اـح دائره سنـك و مركزیله ـ نقطهٔ تماسی بیننه واصل
اولان وـ خط مستقیمی ده خط مماسی اوزرینه عمود اولور
زیرا * خط مرقوم عمود اولمیوب دیكر ور خطی عمود اولسه امدی
ورـ زاویه‌سی بالفرض قائمه اولدیغندن ود زاویه‌سی
قائمه‌دن كوجك اولوب (١٤) وهرمثلثده ضلع اطول زاویهٔ عظمایه
وتر واقع اولدیغندن وـ ضلعی ور ضلعندن اطول اولورامدی
وـ وح متساویین اولمغین وح دخی ور خطندن اطول اولوب
جزكلدن اعظم اولمق لازم كلوربوایسه خلافدربوتقدیرجه ور
خطی ده خطنه عمود اولامزوبومثللو اثبات اولنوركه

و ب خطندن ماعدا هر برخط دخی عمود اولامزاولسیدن و ب
خطی ء هـ خط مماسی اوزرینه عمود اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ح نظری❋

بر دائره‌نك خط مماسی اوزرینه نقطهٔ تماسندن اخراج اولنان
عمود مرکز دائره‌یه مرورایدر

مثلا اح ب دائره‌سنك ء هـ خط مماسی اوزرینه ب نقطهٔ تماسندن
اخراج اولنان ب ا عمودی دائرهٔ مرقومه‌نك مرکزندن مرورایدر
زیرا ❋ مرکزدن مرورا یتمسه و نقطه‌سی مرکز فرض اولنوب و ب
وصل اولندقده ء هـ خطی دائرهٔ مرقومه‌یه مماس اولوب و ب
خطی مرکز ایله نقطهٔ تماس بیننه واصل اولان خط اولدیغندن
و ب هـ زاویه‌سی قائمه اولور (ب) امدی ا ب هـ زاویه‌سی بالعمل
قائمه اولدیغندن و ب هـ زاویه‌سی ا ب هـ زاویه‌سنه مساوی
اولوب جزکله مساوی اولمق لازم کلور بو ایسه خلافدر
بو تقدیرجه و نقطه‌سی مرکز اولامز بومثللو اثبات اولنورکه
ا ب خارجنده واقع هر برنقطه دخی مرکز اولامز اولسیدن
ا ب خطی مرکزدن مرورایدوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ید نظری❋

محیط دائره‌دن برقوس اوزرنده بولندقلرنده مرکزده واقع
زاویه محیط ده‌کی زاویه‌نك ضعفیدر

مثلا ا ب ح دائره‌سنده ب ح قوسی اوزرنده بولنان ب هـ ح زاویهٔ
مرکزیه‌سی ب ا ح زاویهٔ محیطیه‌سنك ضعفیدر ❋ زیرا هـ مرکزی
ب ا ح زاویه‌سنك داخلنده اولسه ا هـ وصل اولنوب استقامت اوزره
محیطده واقع و نقطه‌سنه دکین اخراج اولندقده هـ ا هـ ب

متساوی اولدیغندن هاب زاویه‌سی هبا زاویه‌سنه مساوی اولور (١ ق) امدی اهب مثلثنک خارجنده اولان بهو زاویه‌سی داخلنده اولان هاب هبا زاویه‌لری مجموعنه مساوی اولوب (١ ك) هاب هبا زاویه‌لری بربرینه مساوی اولدیغندن انلرک مجموعی هاب زاویه‌سنک ضعفنه مساوی اولمغله بهو زاویه‌سی دخی هاب زاویه‌سنک ضعفنه مساوی اولور وبو مثللو اثبات اولنور که وهح زاویه‌سی دخی هاح زاویه‌سنک ضعفنه مساوی اولمغین بهح زاویه‌سی مجموعی باح زاویه‌سی مجموعنک ضعفنه مساوی اولور واکر ه مرکزی باح زاویه‌سنک خارجنده اولسه اه وصل اولنوب هو بر مثلثده اولان بهو زاویه‌سی حاو مثلثده واقع حوا زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن (١ ه) مثلث اولده اولان بهو وبه زاویه‌لری مجموعی مثلث ثانیده اولان واح وحا زاویه‌لری مجموعنه مساوی اولور (١ ك) امدی وبه زاویه‌سی هاو زاویه‌سنه مساوی اولوب وحا یاخود هح زاویه‌سی دخی هاح زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن بهو هاو زاویه‌لری مجموعی واح هاح زاویه‌لری مجموعنه مساوی اولمغین هاو زاویهٔ مشترکه‌سی طرح اولندقده باقی قالان بهو یاخود بهح زاویه‌سی باقی دیکر اولان واح یاخود باح زاویه‌سنک ضعفنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ٨ نظری ❋

دائره‌دن برقطعه‌ده واقع زاویه‌لر بربرینه مساویدر

مثلا ابحد دائره‌سنک باحد قطعه‌سنده واقع باد بحد زاویه‌لری بربرینه مساویدر زیرا ❋ باحد قطعه‌سی نصف دائره‌دن بیوک اولسه ه مرکزی تعیین اولنوب (١) به هد وصل

اولندقده محيط دائره‌دن بر قوس اوزرنده بولنان زاويهٔ مركزيه زاويهٔ
محيطيه‌نك ضعفي اولديغندن (لد) ب‌اح زاويه‌سي ب‌هح زاويه‌سنك
نصفي اولوب ب‌دح زاويه‌سي دخي ب‌هح زاويه‌سنك نصفي
اولديغندن ب‌اح زاويه‌سي ب‌دح زاويه‌سنه مساوي اولور
(متعارفه ۷) واكر ب‌اح قطعه‌سي نصف دائره‌دن كوچك اولسه
ب‌د اح خط مستقيملري ه نقطه‌سنده متقاطع اولديغندن ب‌ه‌ا
د‌ه‌ح زاويه‌لري بربرينه مساوي اولورلر (۱ يه) امدي ا‌ب‌ح‌د
قطعه‌سي نصف دائره‌دن بيوك اولديغندن اول قطعه‌ده واقع اب‌د
اح‌د زاويه‌لري بربرينه مساوي اولوب ه‌ب‌ا مثلثندن ب‌ه‌ا اب‌ه
زاويه‌لري د‌ح‌ه مثلثندن د‌ه‌ح ح‌د زاويه‌لرينه مساوي اولديغندن
زواياي باقيه‌دن ب‌اه ياخود ب‌اح زاويه‌سي دخي ه‌دح ياخود
ب‌دح زاويه‌سنه مساوي اولوب (۱ نتيجهٔ يه) مطلوب ثابت اولور

* دعوى لو نظري *

نصف دائره‌ده واقع زاويه‌لرك هر بري زاويهٔ قائمه‌در

مثلا ا‌ب‌ح‌و نصف دائره‌سنده واقع اح‌ب زاويه‌سي زاويهٔ قائمه‌در
زيرا * ه مركزي تعيين اولنوب ح‌ه‌د قطري رسم اولندقده
مركزيه واقع زاويه محيطده كائن زاويه‌نك ضعفي اولديغندن اه‌د
زاويه‌سي اح‌د زاويه‌سنك ضعفي اولوب (لد) ب‌ه‌د زاويه‌سي دخي
ب‌ح‌د زاويه‌سنك ضعفي اولديغندن اه‌د ب‌ه‌د زاويه‌لري مجموعي
اح‌ب زاويه‌سنك ضعفنه مساوي اولور امدي اه‌د ب‌ه‌د زاويه‌لري
مجموعي ايكي زاويهٔ قائمه‌يه مساوي اولديغندن (۱ يج) اح‌ب
زاويه‌سي بر زاويهٔ قائمه‌يه مساوي اولوب مطلوب ثابت اولور
نتيجه اكر قطعهٔ دائره نصف دائره‌دن بيوك اولسه اول قطعه‌ده
واقع ب‌اح زاويه‌سي زاويهٔ قائمه‌دن كوچك اولور (۱ يط)

واكر

واكر قطعهٔ مذكوره نصف دائره دن كوچك اولسه اول قطعه ده
واقع ـحو زوايه سى زاويهٔ قائمه دن بيوك اولور

❋ دعوى ٣ نظرى ❋

درون دائره ده واقع هر ذوات اربعة اضلاعدن متقابل بولنان
هر ايكى زاويه مجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساويدر

مثلا ا ح ـ دائره سى درونده واقع ا ـ حو ذوات اربعة اضلاعدن
ـ ا ى ـ حو متقابل بولنان زاويه لر مجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه
مساويدر * زيرا مرقوم ذوات اربعة اضلاعك ا ح ـ ى قطرلرى رسم
اولنوب ـ ا ضلعى هـ نقطه سنه دكين اخراج اولندقده هر مثلثك
خارجنده حادث اولان زاويه داخل مثلثده قارشوسنده بولنان ايكى
زاويه مجموعنه مساوى اولديغندن (ا ق) هـ ا ى زاويه سى ا ـ ى
ا ى ـ زاويه لرى مجموعنه مساوى اولور امدى دائره دن برقطعه ده
واقع زاويه لر برى برينه مساوى اولديغندن (به) ا ـ ى زاويه سى ا ح ى
زاويه سنه مساوى اولوب ا ى ـ زاويه سى ا ح ـ زاويه سنه مساوى
اولمغين ا ـ ى ا ى ـ زاويه لرى مجموعنه مساوى اولان هـ ا ى
زاويه سى ا ح ى ا ح ـ زاويه لرى مجموعنه ياخود ـ ح ى زاويه سنه
مساوى اولور امدى هـ ا ى ـ ا ى زاويه لرى مجموعى ايكى زاويهٔ
قائمه يه مساوى اولديغندن (ا ﻫ) ـ ح ى ـ ا ى زاويه لرى مجموعى
دخى ايكى زاويهٔ قائمه يه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه دائره درونده واقع مثلا ا ـ حو ذوات اربعة اضلاعك برضلعى
فرضا ا ـ ضلعى اخراج اولندقده خارجنده حادث اولان هـ ا ى
زاويه سى داخلنده مقابل بولنان ـ ح ى زاويه سنه مساوى اولور

❋ دعوى ٤ عملى ❋

برخط مستقيم اوزرنده بولنمامق شرطيله فرض اولنان اوچ

نقطه یه مرور اید ر محیط دائره رسم ایتمك طریقیدر

مثلا برخط مستقیم اوزرنده بولنمامق شرطیله فرض اولنان ا ـ حـ
نقطه لرینه مرور اید ر محیط دائره رسم ایتمك مراد اولنسه ا مدی
ا ـ حـ خطلری وصل واولخطلر طرف داخلده ی ح هر عمودلریله
تنصیف اولنوب یه دخی وصل اولنمدقده وهی وهـ زاویه لری
مجموعی ایکی قائمه دن کوچك اولدیغندن ی ح هر خطلری بربرینه
ونقطه سنده تلاقی اید وب (انتیجه ٧) نقطهٔ مرقومه مرکز اولور
زیرا وا و ـ وحـ خطلری رسم اولندقده ای و زاویه سی وی ـ
زاویه سنه ای ضلعی ی ـ ضلعنه بالعمل مساوی اولوب ی و ضلعی
دخی مشترك اولدیغندن وا ضلعی و ـ ضلعنه مساوی اولور وبو مثللو
اثبات اولورکه وحـ ضلعی دخی و ـ ضلعنه مساوی اولوب وا
و ـ وحـ خطلری بربرینه مساوی اولمغین ا ـ حـ نقطه لرینه مرور
اید ر محیط دائره نك مرکزی و نقطه سی اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه هر دائره قطعه سنك قوسی اوزرنده اوچ نقطه
تعیین اولنوب قطعهٔ مذکوره دائره سنك مرکزی
اشبو وجهله اوزره استخراج واستعلام اولنور

✱دعوی ٤ نظری✱

هر شکل ذوار بعة اضلاعده ایکی مقابل بولنان زاویه لر
مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولسه اول شکل اوزرینه
رسم اولنان دائره جمیع زوایاسنه مرور اید ر

مثلا ا ـ حـ ی ذوار بعة اضلاعده مقابل بولنان ی حـ ی ا ـ زاویه لری
مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولسه اول شکل اوزرینه رسم
اولنان دائره جمیع زوایاسنه مرور اید ر * زیرا برخط مستقیم اوزرنده
بولنمامق شرطیله فرض اولنان اوچ نقطه یه مرور اید ر محیط دائره

رسم

رسم ایتمك ممکن اولمغین ب ح ء نقطه لرینه مرورایدر محیط دائره رسم اولنوب (یح) هـ مرکزندن ها خط مستقیمی رسم اولندقده اکر محیط مرقوم شکل مزبورك دردنجی ا نقطه سندن مرورایتیوب ها اوزرنده موجود و نقطه سندن مرورایلسه ءو وب ء وصل اولندقده مقابل بولنان ب و ء ح زاویه لری مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولوب (ر) با ء ح زاویه لری مجموعی بالفرض ایکی زاویهٔ قائمه یه مساوی اولدیغندن ب و ء ح زاویه لری مجموعی با ء ح زاویه لری مجموعنه مساوی اولور و بو مساویلردن ء ح زاویهٔ مشترکه سی طرح اولندقده باقی قلان با ب و زاویه لری بربرینه مساوی اولوب یعنی ءوه هو ب زاویه لری مجموعی ءاه ها ب زاویه لری مجموعنه مساوی اولوب بیوك کوچوکه مساوی اولمق لازم کلور بو ایسه خلافدر (ا ئو) بو تقدیرجه دائره نك محیطی و نقطه سندن مرورایدمز و بومثللو اثبات اولنورکه ا نقطه سندن ماعدا ها خطی اوزرنده مفروض هر برنقطه یه دخی مرورایدمز اوا سبیدن وجه مذکور اوزره بولنان ب ا ح ء ذوار بعة اضلاع اوزرینه رسم اولنان دائره جمیع زوایاسنه مرورایدوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ك نظری❋

اوتار متساویه اوزرنده واقع اولوب زوایای متساویه یی احاطه ایلین دائره قطعه لری بربرینه مساویدر

مثلا ا ب ءه متساوی وترلر اوزرنده واقع اولوب مساوی زاویه لری احاطه ایلین ا ح ب ءوه قطعه لری بربرینه مساویدر * زیرا ءوه قطعه سی ا ح ب قطعه سی اوزرینه بروجهله تطبیق توهم اولنسه که ء نقطه سی ا نقطه سنه ءه وتری ا ب وترینه منطبق اولهامدی

د ه ا ب وترلری بالفرض متساویین اولدیغندن ه نقطه‌سی ب نقطه‌سنه و قطعهٔ مذکوره‌لر دخی بربرینه منطبق اولورلر اگر منطبق اولمازلر ایسه قطعهٔ مرقومه‌لردن برینک قوسی اوزرنده فرض اولنان بر نقطه قطعهٔ اخری قوسنک یا خارجنده ویا داخلنده واقع اولور مثلا د و ه قوسی اوزرنده فرض اولنسان و نقطه‌سی اجب قطعه‌سنک داخلنده ر نقطه‌سی موقعنده واقع اولسه ا ر ج ب ج ب ر وصل اولندقده حادث اولان ب ج ر مثلثنک خارجنده واقع ا ر ب زاویه‌سی داخلنده اولان ر ج ب زاویه‌سندن بیوک اولمغین بالفرض اکا مساوی اولان د و ه زاویه‌سندن دخی بیوک اولور امدی ب ا قطعه‌سی بعینه ه و د قطعه‌سی اولدیغندن ا ر ب زاویه‌سی د و ه زاویه‌سنه مساوی اولوب اشبو زاویه‌لر بربرینه هم مساوی وهم غیر مساوی اولمق لازم گلور بو ایسه خلافدر بو تقدیرجه و نقطه‌سی اجب داخلنده اولامز وبو منوال اوزره اثبات اولنور که خارجنده دخی اولامز اولسه‌بدن قطعهٔ مذکوره‌لر بربرینه منطبق اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه اوتار متساویه اوزرنده واقع اولوب زوایای متساویه احاطه ایلین قطعه‌لرک قوسلری دخی بربرینه مساویدر

❊ دعوی كا نظری ❊

دوائر متساویه‌نک مرکزلرنده واقع زاویه‌لر یاخود محیطلرنده اولان زاویه‌لر متساویه اولسه‌لر اول زاویه‌لرک قوسلری دخی بربرینه مساوی اولورلر واگر اول زاویه‌لرک قوسلری متساویه اولسه‌لر زوایای مرقومه‌لر دخی نظیره نظیره متساویه اولورلر مثلا ا ب ج د ه و مساوی دائره‌لرک مرکزلرنده واقع ا ر ب د ح ه زاویه‌لری یاخود محیطلرنده اولان ا ج ب د و ه زاویه‌لری متساویه

اولسه‌لر

اولسه لوزوایای مرقومه نك اط ـ د ـ هـ قوسلری دخی بربرینه
مساوی اولورلر * زیرا اب ده وصل اولندقده دائرهٔ مرقومه لر
بالفرض بربرینه مساوی اولدیغندن انلرك نصف قطرلری
ومحیطلری نظیر نظیره مساوی اولورلر (لا) امدی ا د مثلثنده
ا ر ب ضلعلری د هـ ح مثلثنده د ح ح هـ ضلعلرینه مساوی
اولوب ا ر ب زاویه سی د ح هـ زاویه سنه بالفرض مساوی
اولدیغندن اب ده قاعده لری دخی بربرینه مساوی اولورلر (دا)
وکذا اب وتری ده وترینه مساوی اولوب اح ب زاویه سی د و هـ
زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن ب حا قوسی هـ و د قوسنه
مساوی اولوب (نتیجهٔ ک ه) بالفرض متساویین اولان اب ح ده و
محیطلرندن بربرینه مساوی اولان ب حا هـ و د قوسلری طرح
اولندقده باقی قلان اط ب د ـ هـ قوسلری دخی بربرینه مساوی
اولورلر واکر اط ب قوسی د ـ هـ قوسنه مساوی اولسه ا ر ب
زاویه سی د ح هـ زاویه سنه اح ب زاویه سی دخی د و هـ زاویه سنه
مساوی اولور * زیرا مساوی اولسه ا ر ب زاویه سی د ح هـ
زاویه سندن یا بیوك ویا کوچك اولور اکر بیوك اولسه د ح هـ
زاویه سنه مساوی ا ر ط زاویه سی رسم اولندقده (ا ک) متساوی
زاویه لر مساوی قوسلر اوزرنده واقع اولدیغندن (کا) اط قوسی
د ـ هـ قوسنه مساوی اولمش اولور امدی د ـ هـ قوسی اط ب
قوسنه بالفرض مساوی اولدیغندن اط قوسی دخی اط ب قوسنه
مساوی اولوب جزکله مساوی اولمق لازم کلور بو ایسه
خلاف مدر بو تقدیرجه ا ر ب زاویه سی د ح هـ زاویه سندن بیوك
اولامز وبو مثللو اثبات اولنورکه کوچك دخی اولامز اولسه بیدن
مرقوم زاویه لر بربرینه مساوی اولوب مرکزده واقع زاویه لر
محیطده کائن زاویه لرك ضعفی اولدیغندن (ند) اح ب زاویه سی

دخی د و ه زاویه سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ک نظری ❋

دوائر متساویه دن اوتار متساویه نك فصل ایلدیکی قوسلر بیوك بیوکه وکوجك کوجکه مساویلردر واکر دوائر متساویه دن فصل اولنان قوسلر مساوی اولسه لر انلرك وترلری دخی بربرینه مساوی اولورلر مثلا ا ب ج د ه و مساوی دائره لردن ا ب د ه مساوی وترلرك فصل ایلدیکی ا ج ب قوسی د و ه قوسنه ا ط ب قوسی د ی ه قوسنه مساوی اولور * زیرا ر ح مرکزلری تعیین اولنوب ر ا ر ب ح د ح ه وصل اولندقده مرقوم دائره لر بالفرض بربرینه مساوی اولدیغندن انلرك نصف قطرلری ومحیطلری نظیر نظیره مساوی اولورلر (لا) امدی ا ر ر ب ضلعلری د ح ح ه ضلعلرینه مساوی اولوب ا ب قاعده سی د ه قاعده سنه بالفرض مساوی اولدیغندن ا ر ب زاویه سی د ح ه زاویه سنه مساوی اولور (۱ ر) لکن دوائر متساویه نك مرکزلرنده واقع زوایای متساویه لر دوائر مرقومه دن مساوی قوسلر اوزرنده واقع اولمغین (کا) ا ط ب قوسی د ی ه قوسنه مساوی اولوب ا ب ج د ه و مساوی محیطلردن اشبو مساوی قوسلر طرح اولندقده باقی قلان ا ج ب د و ه قوسلری دخی بربرینه مساوی اولورلر واکر ا ب ج د ه و مساوی دائره لردن فصل اولنان ا ط ب د ی ه قوسلری متساویین اولسه لر ا ب د ه وترلری دخی بربرینه مساوی اولورلر زیرا ر ح مرکزلری تعیین اولنوب ا ر ر ب د ح ح ه وصل اولندقده دائرهٔ مرقومه لر بالفرض بربرینه مساوی اولدیغندن انلرك نصف قطرلری اولان ا ر ر ب د ح ح ه خطلری دخی بربرینه مساوی اولورلر وکذا ا ط ب قوسی د ی ه قوسنه بالفرض مساوی

اولدیغندن مرکزده واقع اب دح هـ زاویه لری دخی بربرینه مساوی اولورلر (کا) امدی اب ضلعلری دح حهـ ضلعلرینه مساوی اولوب اب زاویه سی دح هـ زاویه سنه مساوی اولدیغندن اب وتری دخی دهـ وترینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✱دعوی ٤ عملی✱

برقوس معلومی تنصیف ایتمك طریقیدر

مثلا اب قوسنی تنصیف ایتمك مراد اولنسه اولا اب وتری وصل اولنوب وتر مرقوم ح نقطه سنده تنصیف اولنه بعده وتر مزبور اوزرینه اشبو ح نقطه سندن حد عمودی اخراج اولندقده اب قوسنی د نقطه سنده تنصیف ایدر✱ زیرا اد دب وصل اولندقده حادث اولان ادح مثلثندن اح حد ضلعلریله وبینلرنده کی زاویه بدح مثلثندن بح حد ضلعلریله وبینلرنده کی زاویه یه مساوی اولدیغندن اد ضلعی دخی دب ضلعنه مساوی اولور (ا د) امدی دح عمودی یاخود دح اخراج اولندقده مرکزدن مرور ایتمکین (نتیجه ١ ـ ه) ادهـ دبو قطعه لرندن هربری نصف دائره دن کوچك اولور لکن اونلر متساویه نك فصل ایلدیکی قوسلر بربرینه مساوی اولمغین اد وتری دب وترینه مساوی اولدیغندن ادهـ قوسی دخی دبو قوسنه مساوی اولوب (د) مطلوب ثابت اولور

تنبیه مطلقا دائره دن برقوسی هندسهٔ معلومه طریقی اوزره متساویة اوج جزئه تقسیم ایتمك عدیم الامکاندر

✱دعوی ٧ نظری✱

خط مماس اوزرنده واقع نقطهٔ تماسدن رسم اولنان وترك ایکی طرفنده حادث اولان زاویه لر قطعهٔ متبادله لرنده اولان زاویه لره نظیر نظیره مساویدر

مثلا اوه دائره سنك ـ ح خط مماسى اوزرنده واقع ا نقطهٔ
مماسندن رسم اولنان اه وترينك برطرفنده اولان حاه زاويه سى
قطعهٔ متبادله سنده واقع اوه زاويه سنه مساويدر * زيرا اى قطرى
رسم اولنوب و ى نقطه لرى دخى وصل اولندقده ـ ح خط
مماسنك ا نقطهٔ مماسندن رسم اولنان اى قطرى مركزدن مرور
ايتدكيندن ىاح زاويه سى قائمه اولوب (ث) اوى قوسى نصف
دائره اولديغندن دروننده واقع ىوا زاويه سى دخى قائمه اولمغله
(لو) ىاح زاويه سى ىوا زاويه سنه مساوى اولورامدى دائره نك
برقطعه سنده واقع زاويه لر بربرينه مساوى اولدقلرندن (به) ىوه
زاويه سى ىاه زاويه سنه مساوى اولوب اشبو مساوى زاويه لر
ىاح ىوا مساوى زاويه لردن طرح اولندقده باقى قلان حاه
زاويه سى باقى ديكر اولان اوه زاويه سنه مساوى اولوروكذا
اه وترينك طرف آخرنده اولان ـاه زاويه سى قطعهٔ متبادله سنده
واقع اره زاويه سنه مساويدر * زيرا اوهر ذوا ربعة اضلاعده
متقابل بولنان اوه اره زاويه لرى مجموعى ايكى زاويهٔ قائمه يه
مساوى اولوب (ر) هاح هاـ زاويه لرى مجموعى دخى ايكى زاويهٔ
قائمه يه مساوى اولديغندن (١ ح) اوه اره زاويه لرى مجموعى
هاح هاـ زاويه لرى مجموعنه مساوى اولور وبو مساويلردن حاه
اوه مساوى زاويه لرى طرح اولندقده باقى قلان ـاه زاويه سى
باقى ديكر اولان اره زاويه سنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى ٧ عملى

برخط مستقيم معلوم اوزرنده زاويهٔ مفروضه يه مساوى زاويه
احاطه ايدر قطعهٔ دائره رسم ايتمنك طريقيدر

مثلا اـ خط مستقيم معلومى اوزرنده ح زاويهٔ مفروضه سنه

مساوی زاویه احاطه ایدر قطعهٔ دائره رسم ایتمك مراد اولنسه یعنی قطعهٔ مذکورهده واقع زاویه ح زاویهٔ مفروضه‌سنه مساوی اوله امدی ح زاویه‌سنه مساوی ـ ای زاویه‌سی رسم اولنوب (اك) ا نقطه‌سندن ای اوزرینه او عمودی اخراج اولنه‌بعده وا زاویه‌سنه مساوی او زاویه‌سی دخی رسم اولندقده وا او زاویه‌لری بالعمل بربرینه مساوی وایکیسی مجموعی ایکی زاویهٔ قائمه‌دن کوچك اولدیغندن او و خطلری متساوین اولوب (ا و) بربری و نقطه‌سنده قطع ایدرلر (ا نتیجه ٩ ه) امدی و نقطه‌سندن وا یاخود و بعدیله اهـ دائره‌سی رسم اولندقده حادث اولان ار هـ قطعه‌سی قطعهٔ مطلوبه اولور زیرا او خطی محیطنده واقع ه نقطه‌سنه دکین استقامت اوزره اخراج اولنوب هـ نقطه‌لری دخی وصل اولندقده اه قطری اوزرینه ای خطی عمود اولدیغندن اشبو خط دائرهٔ مرقومه‌یه ا نقطه‌سنده مماس ایدر (ـ) امدی ای خطی خط مماس اولوب ا نقطهٔ مماسندن ا وتری رسم اولنغین ـ ای زاویه‌سی قطعهٔ مذکورهده واقع اهـ زاویه‌سنه مساوی اولور (٣) لکن ـ ای زاویه‌سی بالعمل ح زاویه‌سنه مساوی اولدیغندن اهـ زاویه‌سی دخی ح زاویه‌سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور تنبیه اکر زاویهٔ معلومه مرزاویه قائمه اولورایسه خط مستقیم معلوم اوزرینه فقط نصف دائره رسم اولندقده قطعهٔ مطلوبه حاصل اولور (لو)

✱ دعوی لو عملی ✱

دائرهٔ معلومه‌دن زاویهٔ مفروضه‌یه مساوی زاویه احاطه ایدر قطعه فصل ایتمك طریقیدر

مثلا ارح دائرهٔ معلومه‌سندن ی زاویهٔ مفروضه‌سنه مساوی

زاویه احاطه ایدر قطعه فصل ایتك مراد اولنسه اولا دائره مرقومه اوزرنده کیف ما اتفق ا نقطه سی تعیین اولنوب اشبو نقطه دن مرور ایدر هو خط مماسی رسم اولنه بعده ى زاویه سنه مساوی وا ـ زاویه سی رسم اولندقده اجـ قطعه سی قطعهٔ مطلوبه اولور زیرا هو خط مماسنك نقطهٔ تماسندن رسم اولنان اـ خطی وتر اولدیغندن وا ـ زاویه سی اجـ زاویه سنه مساوی اولور (٣٢) امدی وا ـ زاویه سی بالعمل ى زاویه سنه مساوی اولدیغندن اجـ زاویه سی دخی ى زاویه سنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی کز نظری ❋

بر دائره ده واقع هر ایکی وتر بر برینی قطع ایلسه لر بر وترك قسملرینك بر برینه مستطیلی وتر آخر قسملرینك بر بریله مستطیلنه مساویدر مثلا اجـ ى دائره سنده واقع اـ حى وترلری مرکزدن مرور ایتیوب بر برینی و نقطه سنده قطع ایلسه لر او وـ قسملرینك بر برینه مستطیلی حو وى قسملرینك بر بریله مستطیلنه مساویدر زیرا * و نقطه سندن مرور ایدر ح ط قطری رسم اـ وتری اوزرینه هـ مرکزندن هر عمودی اخراج اولنوب اهـ نقطه لری وصل اولندقده اهو مثلثی حاصل اولوب هر عمودی اـ وترینی تنصیف ایلدیکندن (ح) وـ خطی ار رو قسملرینك تفاضلنه مساوی اولور وکذا اهـ خطی هط یاخود هح خطنه مساوی اولمغین وط خطی اهـ هو ضلعلری مجموعنه مساوی اولوب وح خطی دخی انلرك تفاضلنه مساوی اولور امدی هر مثلثدن ایکی ضلع مجموعنك بینلرنده کی فضلنه مستطیلی موقع عمود ایله قاعده نهایتلری ارا سنده واقع بعدلر مجموعنك اول بعدلر فضلی مستطیلنه مساوی اولدیغندن (٢ نتیجـه) طو وح مستطیلی او وـ

مستطیلنه مساوی اولور وبومثللو اثبات اولنورکه ط و ح مستطیلی ح و وی مستطیلنه مساوی اولمغین او و مستطیلی دخی ح و وی مستطیلنه مساوی اولور واکر ا لکز مرکزدن مرورایدن ح ی وتری مرکزدن مرورایتمین ا وتری اوزرینه و نقطه سنده عمود اولسه امدی ه وصل اولندقده ه ه ح خطلری بربرینه مساوی اولوب و ح خطی و ه ه خطلری مجموعنه مساوی و ی خطی دخی انلرک تفاضلنه مساوی اولمغین و ح و ی مستطیلی و ه ه مربعلرینک تفاضلنه مساوی اولور (٢ ٦) امدی و ه ه مربعلری بینده اولان فضل و مربعنه مساوی اولدیغندن (٢ نتیجه‌سنده) و ح و ی مستطیلی دخی و مربعنه مساوی یعنی و وا مستطیلنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه اکر بر دائره‌ده واقع ایکی وتر بربرینی مرکزده قطع ایلسه‌لر اول قسملرک مستطیللری بربرینه مساوی اولملری ظاهردر * زیرا جمیع قسملر بربرینه مساویلردر (٢ ب)

*** دعوی ٤ نظری ***

خارج دائره‌ده واقع برنقطه‌دن خروج ایدن ایکی خط مستقیمک هربری دائرهٔ مرقومه‌یی ایکیشر محلده قطع ایلسه‌لر خطین مرقومیندن برینک خارج دائره‌ده واقع قسمنه مستطیلی خط آخرک بونه خارج دائره‌ده اولان قسمیله مستطیلنه مساوی اولور مثلا ای و دائره‌سنک خارجنده واقع ح نقطه‌سندن خروج ایدن اح ح خط مستقیملرک هربری محیط دائره‌یی ایکیشر محلده قطع ایلسه‌لر اح ح ی مستطیلی ح و مستطیلنه مساوی اولور زیرا ه مرکزندن مرور ایدر ح ح خطی رسم اح اوزرینه

هر عمودی اقامه اولنوب اهـ دخی وصل اولنـدقده حادث اولان اهـ مثلثنده هر عمودی اى وتریی تنصیف ایلدیکندن (ح) ىح خطی ار رح قسملرینک تفاضلنه مساوی اولور وکذا اهـ خطی هـح یاخود هـط خطنه مساوی اولدیغندن حح خطی اهـ هح ضلعلری مجموعنه مساوی اولوب طح خطی دخی انلرک تفاضلنه مساوی اولمغله حح حط مستطیلی اح حى مستطیلنه مساوی اولور (٢ نتیجـه) وبو مثللو اثبات اولنورکه حح.حط مستطیلی حـ حو مستطیلنه دخی مساوی اولمغین اح حى مستطیلی حـ حو مستطیلنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✱دعوی ٢٦ نظری✱

خارج دائره‌ده واقع بر نقطه‌دن خروج ایدن ایکی خط مستقیمک بریسی دائرهٔ مرقومه‌یی ایکی محلده قطع ایدوب ودیکری فقط تماس ایلسه خط قاطع مزبورک خارج دائره‌ده واقع قسمنه مستطیلی خط تماس مذکور مربعنه مساوی اولور

مثلا اى ـد دائره‌سنک خارجنده واقع ح نقطه‌سندن خروج ایدن حـ خطی محیط دائره‌یی ایکی محلده قطع ایدوب حا خطی فقط تماس ایلسه حـ حو مستطیلی حا مربعنه مساوی اولور زیرا هـ مرکزی تعیین اولنوب هـ ح نقطه‌لرینه مرور ایدر حهر خطی رسم هـا نقطه‌لری دخی وصل اولنـدقده اح خطی خط تماس اولوب هـا خطی مرکزایله نقطهٔ تماس بیننه واصل اولدیغندن حاهـ زاویه‌سی قائمه اولور (ت) امدی هـا خطی هر یاخود هى خطنه مساوی اولدیغندن حر خطی هـا هح خطلری مجموعنه مساوی حى خطی دخی انلرک تفاضلنه مساوی اولوب حر حى مستطیلی حهـ هـا مربعلرینک

تفاضلنه

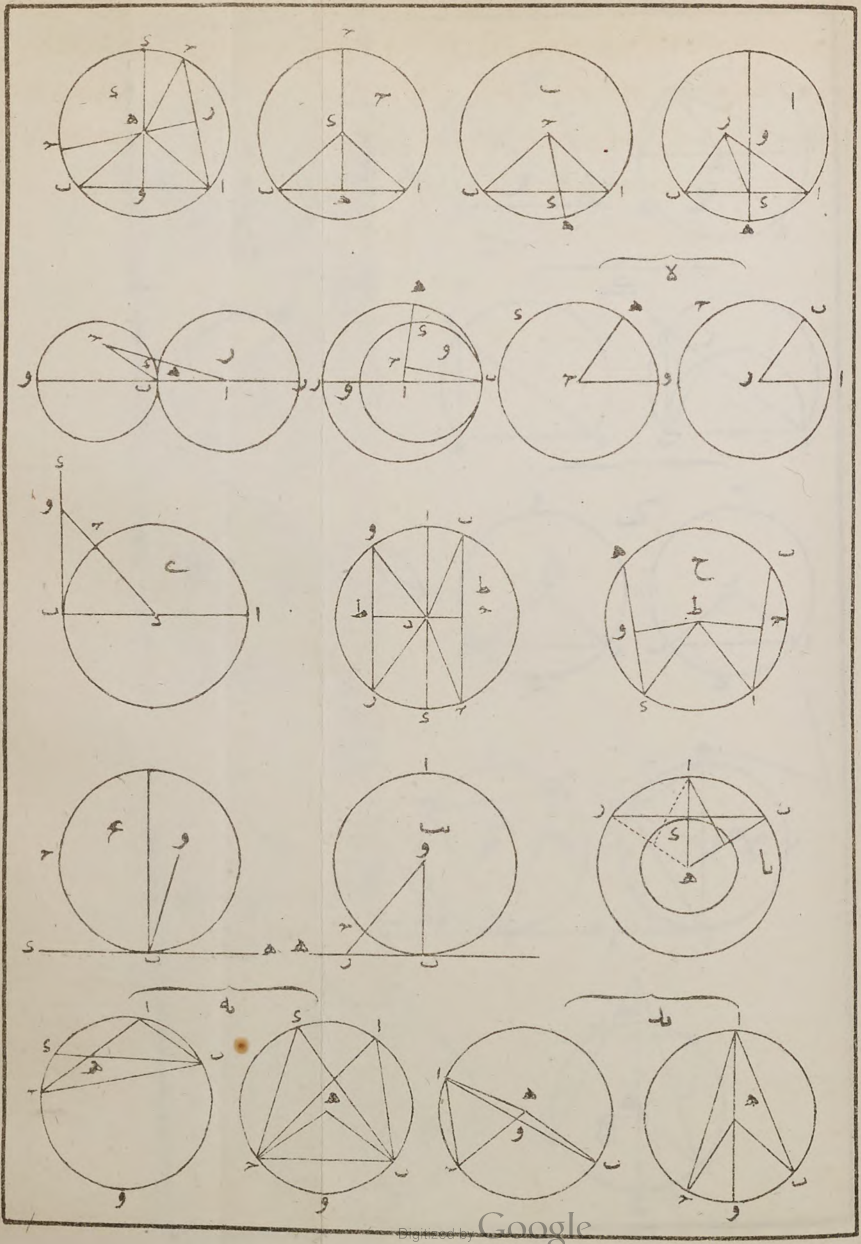
تقاطعلنه مساوی اولور (٢ بح) لکن حه ها مربعلری بلتدده اولان فضل حا مربعنه مساوی اولدیغندن (٢ نتیجه‌بده) حر حی مستطیلی دخی حا مربعنه مساوی اولورامدی حر حو مستطیلی حب حو مستطیلنه مساوی اولدیغندن (٤) حب حو مستطیلی دخی حا مربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

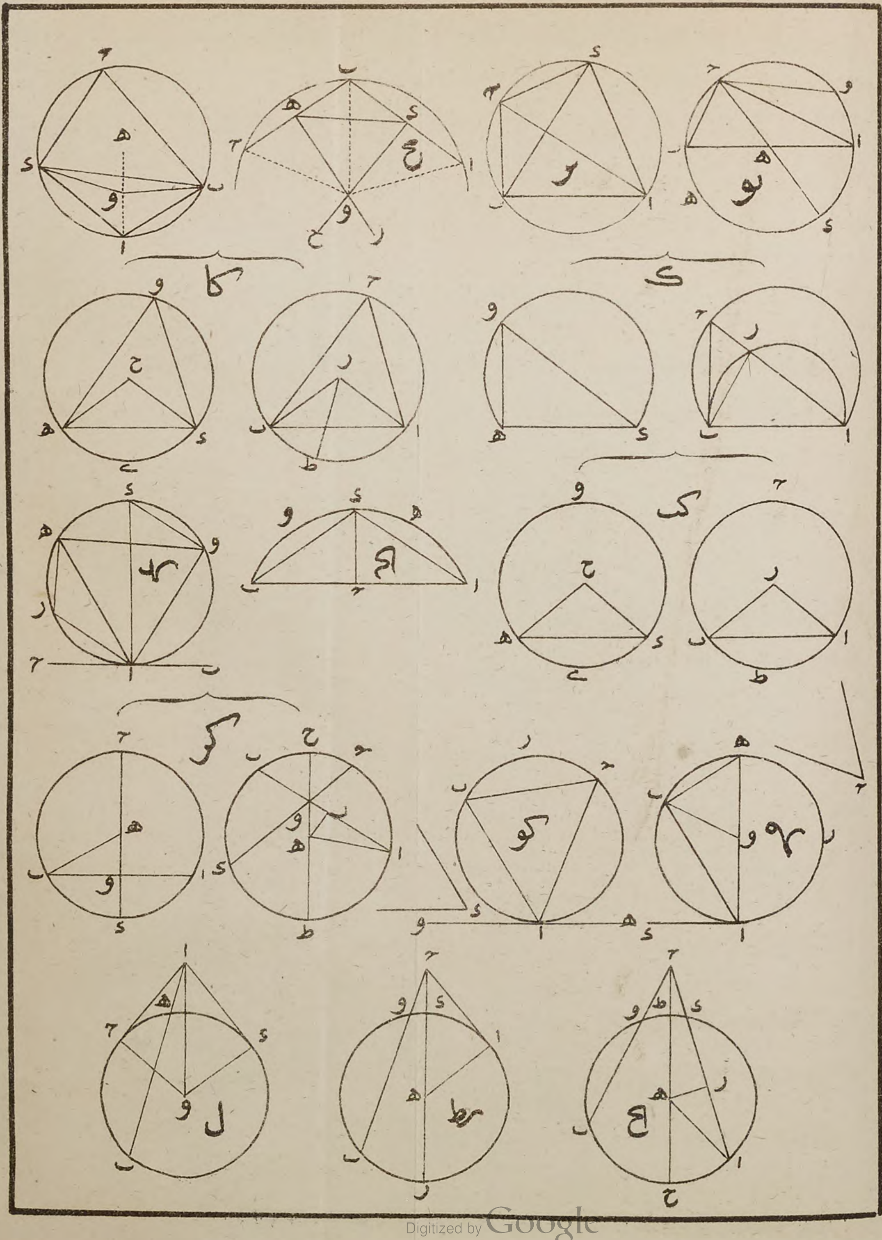
نتیجه خط قاطعك داخل دائره ده واقع قسمنه مستطیلی ایله خط مماس مربعی مجموعی خط قاطع مزبور مربعنه مساویدر (٢ ط)

✱دعوی لـ نظری✱

خارج دائره ده واقع برنقطه دن خروج ایدن ایکی خط مستقیمك بریسی دائرهٔ مرقومه یی ایکی محلده قطع ایدوب دیکری فقط منتهی اولسه خط قاطع مزبورك خارج دائره ده اولان قسمنه مستطیلی خط منتهی مربعنه مساوی اولورایسه خط منتهی مذکور خط مماس اولور مثلا حـی دائره سنك خارجنده واقع ا نقطه سندن خروج ایدن اب خطی دائرهٔ مزبوره یی ایکی محلده قطع ایدوب اح خطی اولدائره یه فقط منتهی اولسه اب اهـ مستطیلی اح مربعنه مساوی اولورایسه اح خطی خط مماس اولور* زیرا و مرکزی تعیین اولنوب ا نقطه سندن دائرهٔ مرقومه یه ی نقطه سنده مماس ایدر ای خط مماسی رسم اولنوب (ب) وی وا وح دخی وصل اولندقده ای خطی خط مماس اولدیغندن اب اهـ مستطیلی ای مربعنه مساوی اولور (ط) وکذا اب اهـ مستطیلی اح مربعنه بالغرض مساوی اولدیغندن اح مربعی دخی ای مربعنه مساوی اولوب اح ای متساویین اولورلر (٢ ح) امدی اوح اوی مثلثلرنده وح ضلعی وی ضلعنه اح ضلعی ای ضلعنه مساوی اولوب او دخی مشترك اولدیغندن احو زاویه سی ایو زاویه سنه

مساوی اولور (ا د) لكن ادو زاویه سی قائمه اولدیغندن (ب)
اح و زاویه سی دخی قائمه اولوب ح و خطی و طرفنه اخراج
اولندقده قطر اولور امدی قطر اوزرینه بر نهایتندن اخراج
اولنان عمود خط مماس اولدیغندن
(ه) اح خطی ح ی دائره سنه
مماس اولوب مطلوب
ثابت اولور

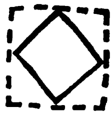

لا



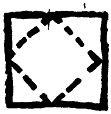
اصول هندسه‌دن مقاله‌ٔ رابعه

الحدود

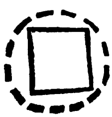
١ برشكل مستقيم الاضلاعك جميع زواياسى شكل مستقيم
الاضلاع آخرك جميع ضلعلرى اوزرنده واقع اولسه شكل
اول مذكور شكل آخر مرقوم داخلنده مرسومدر



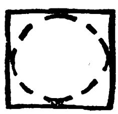
٢ برشكل مستقيم الاضلاعك جميع ضلعلرى شكل مستقيم
الاضلاع آخرك جميع زواياسنه مرور ايلسه شكل اول مزبور
شكل آخر مرقوم اوزرينه مرسومدر



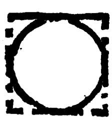
٣ برشكل مستقيم الاضلاعك جميع زواياسى محيط دائره اوزرنده
واقع اولسه شكل مذكور دائرهٔ مرقومه داخلنده مرسومدر



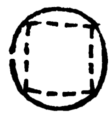
٤ برشكل مستقيم الاضلاعك جميع ضلعلرى محيط دائره‌يه
تماس ايلسه شكل مزبور دائرهٔ مرقومه اوزرينه مرسومدر



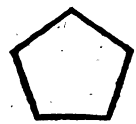
٥ بردائره‌نك محيطى شكل مستقيم الاضلاعك جميع ضلعلرينه
تماس ايلسه دائرهٔ مذكوره شكل مرقوم داخلنده مرسومدر



٦ برداٸره نك محيطى شكل مستقيم الاضلاعك جميع زواياسنه مرور ايلسه داٸرهٔ مزبوره شكل مرقوم اوزرينه مرسومدر



٧ هرشكل مستقيم الاضلاعك ضلعلرى درتدن زياده اولورايسه اكاذو اضلاع كثيره ديرلر اكرذواضلاع كثيره نك جميع ضلعلرى وجميع زاويه لرى متساويه اولورايسه اكا شكل منتظم ديرلر



٨ اكرذواضلاع كثيره بش ضلعلى اولورايسه اكا مخمس ديرلر والتى ضلعلى اولورايسه مسدس وبونلردن ماعدا اضلاع كثيره صاحبى اولان شكللره مسبع ومثمن وهكذا تسميه اولنور

✻دعوى ١ عملى✻

قطرداٸره دن اطول اولميان برخط مستقيم مفروضه مساوى داٸرهٔ معلومه ده بروتر رسم ايتمك طريقيدر

مثلا ا ب ح داٸره سنك قطرندن اطول اولميان د خط مستقيم مفروضه مساوى داٸرهٔ مرقومه درونده بروتر رسم ايتمك مراد اولنسه امدى ه مركزى تعيين اولنور (٣ ا) اب قطرى رسم اولندقده قطر مرقوم د خطنه مساوى اولورايسه مطلوب حاصل اولوردكل ايسه د خطنه مساوى ار قطع اولنور (١ ح) ا نقطه سندن ار بعديله زوح داٸره سى رسم وداٸرهٔ اوليدن قطع ايلديكى ح نقطه سيله ا نقطه سى بينى وصل اولندقده حاصل اولان اح وترى د خطنه مساوى اولور زيرا ا نقطه سى

دوح دائره سنك مركزى اولديغندن اراح متساويتاندر امدى ادر خطى ء خطنه بالعمل مساوى اولديغى اح دخى ء خطنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوى - عملى❋

دائرهٔ معلومه داخلنده زواياسى مثلث مفروض زواياسنه نظير نظيره مساوى اولق اوزره برمثلث رسم ايتمك طريقيدر

مثلا اـح دائره سى داخلنده زواياسى ءهو مثلثنك زواياسنه نظيرنظيره مساوى اولق اوزره برمثلث رسم ايتمك مراد اولنسه امدى دائرهٔ مرقومه نك محيطى اوزرنده كيف ما اتفق ح نقطه سى تعيين اولنوب نقطهٔ مذكوره يه مرورايدر رح خط مماسى رسم اولنه (٣ ـ ١٧) بعده حـحـ زاويه سى ء زاويه سنه رحا زاويه سى ه زاويه سنه مساوى رسم اولنوب (١ ك) اـ دخى وصل اولندقده حاصل اولان اـح مثلثنك زواياسى ءهو مثلث مفروض زواياسنه نظيرنظيره مساوى اولور* زيرا رح خط مماسنك ح نقطهٔ تماسندن رسم اولنان حـ وتريله خط مماس مرقوم بيننده اولان حـحـ زاويه سى قطعهٔ متبادله سنده واقع حاـ زاويه سنه مساوى اولوب (٣ ٣٢) حـحـ زاويه سى بالعمل ء زاويه سنه مساوى اولديغندن حاـ زاويه سى دخى ء زاويه سنه مساوى اولور وبومثللو اثبات اولنوركه حـا زاويه سى دخى ه زاويه سنه مساوى اولوب حاـ زاويه سى ء زاويه سنه حـا زاويه سى ه زاويه سنه مساوى اولديغندن باقى قلان احـ زاويه سى و زاويه سنه مساوى اولمغله (١ نتيجه ٣٢) اـح مثلثنك زواياسى ءهو مثلثنك زواياسنه نظيرنظيره مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوى ٥ عملى *

دائرهٔ معلومه اوزرينه زواياسى مثلث مفروض زواياسنه نظير نظيره مساوى اولمق اوزره بر مثلث رسم ايتمك طريقيدر مثلا ا ب ج دائرهسى اوزرينه زواياسى هـ و ى مثلثنك زواياسنه نظير نظيره مساوى اولمق اوزره بر مثلث رسم ايتمك مراد اولنسه امدى مثلث مفروضنك بر ضلعى مثلا هـ و ضلعى طرفيندن د ح نقطهلرينه دكين اخراج اولنوب ط مركزنده اط ب ط ج زاويهلرى خارج مثلثده واقع دهر ى وح زاويهلرينه نظير نظيره مساوى رسم اولنه (١ ك) بعده ا ب ج نقطهلرينه مرور ايدرك ل ب ك ك ل خط مماسلرى رسم اولنوب (٣ ب) ا ب دخى وصل اولندقده ط ا ب ب ط زاويهلرينك هربرى قائمه اولديغندن (٣ س) ب ا ب ب ا زاويهلرى مجموعى ايكى قائمهدن كوچك اولمغله ل ب ك ب خطلرى اول طرفده تقاطع ايدرلر (١ نتيجه ٩ ـه) وبو مثللو اثبات اولنور كه ب ك ك ل ل ب خطلرى بربريله تقاطع ايتمكين حاصل اولان ب ك ل شكلى مثلث مطلوب اولور * زيرا اط ب ذو اربعة الاضلاعك جميع زواياسى درت قائمه مقدارى اولوب (١ نتيجه ٣٢ ه) ط ا ب ب ط زاويهلرينك هربرى قائمه اولديغندن باقى قلان اط ب ب ا زاويهلرى مجموعى ايكى قائمهيه مساوى اولور امدى دهر دهو زاويهلرى مجموعى دخى ايكى قائمهيه مساوى اولوب (١ ٧) اط ب زاويهسى دهر زاويهسنه بالعمل مساوى اولديغندن باقى قلان ب ا ياخود ك ب ل زاويهسى دهو زاويهسنه مساوى اولور وبو مثللو اثبات اولنور كه ج ك ب ياخود ل ك ب زاويهسى دخى ى وهـ زاويهسنه مساوى اولوب ل ب ك زاويهسى دهو زاويهسنه ل ك ب زاويهسى ى وهـ زاويهسنه مساوى اولديغندن باقى قلان ب ل ك زاويهسى هـ ى و

زاویه سنه مساوی اولمغله (۱ نتیجه ۴) کل مثلثنك زوایاسی
هوی مثلثنك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✱دعوی ٤ عملی✱

مثلث مفروض داخلنده دائره رسم ایتمك طریقیدر

مثلا ا ب ح مثلثنك داخلنده دائره رسم ایتمك مراد اولنسه امدی ح وا ب
ا ب ح زاویه لری ای بی خطلریله تنصیف اولندقده (۱ ط)
وا ب ی ا زاویه لری مجموعی ایکی قائمه دن کوچك اولدیغندن
(۱ یا) ای بی خطلری اوطرفده ی نقطه سنده تقاطع ایتمکین
(۱ نتیجه ۹ ه) نقطهٔ مزبوره دن مثلث مرقومك ضلعلری اوزرینه
ی و ی ر ی ه عمودلری اقامه اولندقده ایشبو عمودلر داخل مثلثده
رسم اولناجق دائره نك نصف قطرلری اولور * زیرا ه ا ی ی ا و
زاویه لری بالعمل متساویتین اولوب ا ه ی ی و ا زاویه لری قائمه
اولدیغندن باقی قالان ه ی ا زاویه سی ا ی و زاویه سنه مساوی اولور
(۱ نتیجه ۴ ه) امدی ا ی ه مثلثنك زوایاسی ی ا و مثلثنك زوایاسنه
نظیر نظیره مساوی اولوب ای ضلعی مشترك اولدیغندن ی ه
ضلعی ی و ضلعنه مساوی اولور (۱ کا) وبو مثللو اثبات اولنور که
ی ر ضلعی دخی ی و ضلعنه مساوی اولوب ی ه ی ر ی و
خطلری بر برینه مساوی اولورلر امدی و ه ر نقطه لری
عندنده اولان زاویه لر بالعمل قائمه اولمغین ی مرکزندن ی ه یاخود
ی ر بعدیله بر دائره رسم اولندقده ا ب ح مثلثنك ضلعلرینه ه ر و
نقطه لرنده تماس ایدوب (۳ ح) مطلوب ثابت اولور

✱دعوی ٥ عملی✱

مثلث مفروض اوزرینه دائره رسم ایتمك طریقیدر

مثلا ا ب ح مثلثی اوزرینه دائره رسم ایتمك مراد اولنسه امدی

اح حـ ضلعلری ده هو عمودلریله تنصیف اولنوب ودخی
وصل اولندقده هدو دوه زاویه‌لری مجموعی ایکی قائمه‌دن
اقل اولدیغندن ده هو خطلری ه نقطه‌سنده تقاطع ایدوب
نقطهٔ مرقومه مرکز دائره اولور * زیرا ها هح هـ وصل اولندقده
اه هدح زاویه‌لری بربرینه مساوی ای ضلعی دح ضلعنه بالعمل
مساوی اولوب ده ضلعی مشترك اولدیغندن اه ضلعی دخی
هح ضلعنه مساوی اولور (اد) وبو مثللو اثبات اولنورکه هـ
دخی هح ضلعنه مساوی اولوب ها هح هـ خطلری بربرینه
مساوی اولورلر امدی ها بعدیله بر دائره رسم اولندقده مثلث
مرقومك جمیع زوایاسنه مرور ایدوب (م د) مطلوب ثابت اولور

دعوی و عملی

دائرهٔ مفروضه داخلنده بر مربع رسم ایتمك طریقیدر

مثلا اـ حی دائره‌سی داخلنده بر مربع رسم ایتمك مراد اولنسه امدی
ه مرکزی تعیین اولنوب احـ ـی قطرلری کیف ما اتفق
بربرینه عمود اولدیغی حالده رسم اولنسه (ا ما) بعده اـ ـح حی
یا وصل اولندقده حاصل اولان ـحیا شکلی مربع مطلوب
اولور * زیرا ـه ها ضلعلری هی ها ضلعلرینه مساوی
اولوب ـها اهی زاویه‌لری دخی بربرینه مساوی اولدیغندن
(ا ح) ـا ضلعی ای ضلعنه مساوی اولور وبو مثللو اثبات اولنورکه
ـح حی ضلعلری دخی ـا ای ضلعلرینه مساوی اولمغله شکل مرقوم
متساوی الاضلاع اولوب ـیا نصف دائره سنده واقع ـای زاویه‌سی
قائمه اولور (م و) وکذا اـح ـحی حیا زاویه‌لری دخی قائمه
اولوب اـحی دائره‌سی داخلنده رسم اولنان ـحیا شکلی هم متساوی
الاضلاع وهم قائم الزوایا اولدیغندن مربع اولوب مطلوب ثابت اولور

❀ دعوى و عمل ❀

دائرهٔ مفروضه اوزرینه بر مربع رسم ایتمك طریقیدر

مثلا ا ـ حء دائره سی اوزرینه بر مربع رسم ایتمك مراد اولنسه امدی هـ مرکزی تعیین اولنوب اح ـ ء قطرلری کیف ما اتفق بربرینه عمود رسم اولنه بعده ا ـ ح ء نقطه لرینه مرور ایدر طو ور رح حط خط مماسلری رسم اولندقده حاصل اولان ور حط شکلی مربع مطلوب اولور زیرا ا ـ وصل اولندقده هاو هـو زاویه لری قائمه اولدیغندن وا ـ و ـ ا زاویه لری مجموعی ایکی قائمه دن اقل اولوب طو ور خطلری اولطرفده تقاطع ایدرلر وبومثللو اثبات اولنورکه وط طح حر رو خطلری دخی بربریله تقاطع ایدوب هـ مرکزنده اولان زاویه لر بالعمل قائمه اولدیغندن ا ـ حء نقطه لرنده واقع زاویه لردخی قائمه اولوب (۳ ـ) وح شکلی وآنك جزلرندن هر بری اشکال متوازیة الاضلاع اولورلر (۱ ک ۶ ٤) امدی هر شکل متوازی الاضلاعده ضلعان متقابلان بربرینه مساوی اولوب (۱ ل) ور رح حط طو ضلعلرندن هر بری اح یاخود ـ ء قطرینه مساوی اولدیغندن وح شکلی متساوی الاضلاع اولور وکذا وهـ شکلی دخی متوازی الاضلاع اولوب ـ ها زاویه سی بالعمل قائمه اولدیغندن و زاویه سی دخی قائمه اولور وبومثللو اثبات اولنورکه ر ح ط زاویه لرندن هر بری قائمه اولوب وح شکلی هم متساوی الاضلاع وهم قائم الزوایا اولدیغندن ا ـ حء دائره سی اوزرینه رسم اولنان وح شکلی مربع اولوب مطلوب ثابت اولور

❀ دعوى ح عمل ❀

مربع مفروض داخلنده دائره رسم ایتمك طریقیدر

مثلا

مثلا ا ب ج د مربعی داخلنده بر دائره رسم ایتمك مراد اولنسه امدی
ا ب ا د ضلعلری ر و نقطه لرنده تنصیف اولنوب اول ضلعلره
موازی و ح ر ط خطلری رسم اولندقده بر برینی قطع ایلدیکی هـ
نقطه سی مرکز دائره اولور * زیرا ا هـ شکلی بالعمل متوازی الاضلاع
اولدیغندن او ضلعی ر هـ ضلعنه ا ر ضلعی و هـ ضلعنه مساوی
اولوب (١ ل) ا ب ا د ضلعلرینك نصفلری اولان او ا ر
ضلعلری دخی بر برینه مساوی اولدیغندن ر هـ ضلعی و هـ ضلعنه
مساوی اولور و بو مثللو اثبات اولنور که ح هـ ط هـ خطلری ر هـ
و هـ ضلعلرینه مساوی اولوب هـ و هـ ر هـ ح هـ ط خطلری
بر برینه مساوی اولورلر امدی و ر ح ط نقطه لرنده واقع زاویه لرك
هر بری قائمه اولدقلرندن هـ نقطه سندن هـ و بعدیله رسم اولنان دائره
مربع مرقومك ضلعلرینه او نقطه لرده تماس ایدوب مطلوب ثابت اولور

❀دعوی ط عملی❀

مربع مفروض اوزرینه دائره رسم ایتمك طریقیدر
مثلا ا ب ج د مربعی اوزرینه بر دائره رسم ایتمك مراد اولنسه امدی
مربع مرقومك ا ج ب د قطرلری رسم اولندقده بر برینی قطع ایلدیکی
هـ نقطه سی مرکز دائره اولور * زیرا ا ب ج ا ب د مثلثلرنده ب ج
ضلعی ا د ضلعنه ب ا زاویه سی ب ا د زاویه سنه مساوی اولوب
(٣ جد/٢) ا ب ضلعی مشترك اولدیغندن ا ج ب د دخی متساویین
اولورلر امدی هر متوازی الاضلاعك قطرلری بر برینی تنصیف
ایلدیکندن (٢ كا) ا هـ هـ ج ب هـ هـ د خطلری بر برینه مساوی
اولمغله (متعارفه ٧) هـ نقطه سندن هـ ا بعدیله رسم اولنان دائره
مربع مرقومك ب ج د نقطه لرینه مرور ایدوب مطلوب ثابت اولور

﴿دعوى ـ عملى﴾

دائرهٔ مفروضه داخلنده برمثلث متساوى الساقين رسمى مراد اولنسه كه فوق القاعده بولنان زاويه لردن هر برى رأس مثلثده واقع زاويه نڭ ضعفى اوله

مثلا ا ب ح دائره سى داخلندن برمثلث متساوى الساقين رسمى مراد اولنسه كه فوق القاعده بولنان زاويه لردن هر برى رأس مثلثده واقع زاويه نڭ ضعفى اوله امدى كيف ما اتفق ح ه قطرى رسم اولنوب ى ه نصف قطرى دخى بروجهله و نقطه سنده ايكى قسمه تقسيم اولنه كه ى ه ه و مستطيلى وى مربعنه مساوى اوله (٢ ك) بعده ه نقطه سندن وى خطنه مساوى ه ا ه ب وترلرى رسم اولنوب (ا) ا ب ا ح ح ب دخى وصل اولندقده حاصل اولان ب ا ح مثلثى مثلث مطلوب اولور * زيرا ى و ب نقطه لرينه مرورايدر ب ى و دائره سى رسم اولنوب (٣ ع) ب ى ب و وصل اولندقده ى ه ه و مستطيلى ى و ياخود اكا مساوى اولان ه ب مربعنه مساوى اولديغندن ه ب خطى ب ى و دائره سنه ب نقطه سنده مماس اولوب (٣ ل) ه ب و زاويه سى و ى ب زاويه سنه مساوى اولور (٣ ٣) وبو مساوى زاويه لره و ب ى زاويه سى جمع اولندقده حاصل اولان ى ب ه زاويه سى و ى ب و ب ى زاويه لرى مجموعنه مساوى اولور لكن ى ب ه زاويه سى ى ه ب ياخود و ه ب زاويه سنه مساوى اولوب (ا ٥) و ى ب و ب ى زاويه لرى مجموعى ه و ب زاويه سنه مساوى اولديغندن (ا ٥) و ه ب زاويه سى ه و ب زاويه سنه ه ب ضلعى ب و ضلعنه مساوى اولور (ا و) امدى ه ب و ى بالعمل متساويين اولديغندن ب و دخى و ى خطنه و ى ب زاويه سى و ب ى زاويه سنه مساوى اولوب و ه ب زاويه سى و ى ب زاويه سنڭ

ضعفی اولور لکن وهب یاخود جهب زاویه سی جاب زاویه سنه مساوی اولوب (٣ ه) وب یاخود هدب زاویه سی اجب زاویه سنه مساوی اولدیغندن (٣ لد) جاب زاویه سی اجب زاویه سنک ضعفی اولورامدی هاج هبج مثلثلری قائم الزاویه اولوب (٣ و) ها مناعی هب ضلعنه بالعمل مساوی هج ضلعی مشترک اولدیغندن اج ضلعی دخی جب ضلعنه مساوی اولوب (٣ نتیجه ح ه) باج مثلث متساوی الساقین اولمغله فوق القاعده بولنان جاب جبا زاویه لرندن هر بری راس مثلثده واقع اجب زاویه سنک ضعفی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ١١ عملی ❋

دائرهٔ مفروضه داخلنده مخمس منتظم رسم ایتمک طریقیدر مثلا جدا بهد دائره سی داخلنده بر مخمس منتظم رسم ایتمک مراد اولنسه اولا داخل دائرده اجب مثلث متساوی الساقینی اول شرطله رسم اولنه که فوق القاعده بولنان جاب جبا زاویه لرندن هر بری رأسنده واقع اجب زاویه سنک ضعفی اوله (ی) بعده جاب جبا زاویه لری اهب بد خطلریله تنصیف اولنوب محیط دائرده بولنان نقاط بینی اد دج جه هب خطلریله وصل اولندقده حاصل اولان ابهجد شکلی مخمس مطلوب اولور * زیرا جاب جبا زاویه لرندن هر بری اجب زاویه سنک بالعمل ضعفی اولوب اهب بد خطلریله تنصیف اولندیغندن اجب جاه هاب ابد دبج زاویه لری بربرینه مساوی اولوب اولزاویه لرک دا اب هب هج قوسلری دخی بربرینه مساوی اولورلر (٣ کا) امدی مساوی قوسلرک وترلری دخی مساوی اولدیغندن (٣ کی) دج اد با هب جه ضلعلری بربرینه مساوی اولوب شکل مرقوم متساوی الاضلاع اولور

وکذا جد قوسی بـهـ قوسنه مساوی اولوب هر برینه دا ب قوسی
جمع اولندقده حاصل اولان جدا ب قوسی دا هـ قوسنه مساوی
اولمغین جهـ ب زاویه‌سی دخی دجهـ زاویه‌سنه مساوی اولور
(۳۰ ک) وبو مثللو اثبات اولنورکه جدا دا ب ا هـ زاویه‌لرندن
هر بری جهـ ب یاخود دجهـ زاویه‌سنه مساوی اولوب دائرهٔ مرقومه
داخلنده رسم اولنان ا هـ جد شکلی هم متساوی الاضلاع وهم
متساویة الزوایا اولدیغندن مخمس منتظم اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ٤ عملی ❋

دائرهٔ مفروضه اوزرینه مخمس منتظم رسم ایتمك طریقیدر
مثلا ا جدهـ دائره‌سی اوزرینه بر مخمس منتظم رسم ایتمك مراد
اولنسه اولا داخل دائره ده دهـ ا ب ج مخمس منتظمی رسم اولنوب
(٤) ا ب ج د هـ نقطه‌لرینه مرور ایدر ور رح حط طی
ی و خط مماسلری دخی رسم اولنه بعده ك مرکزندن كا
ك ب كج كد كهـ وصل اولندقده كهـ و كاو زاویه‌لری
قائمه اولدیغندن (۳ س) وهـا واهـ زاویه‌لری مجموعی ایکی
قائمه دن اقل اولوب ی و ور خطلری ا واطی فده تقاطع ایدرلر
(۱ نتیجه ٩ ـه) وبو مثللو اثبات اولنورکه ور رح حط طی
یو خطلری بر برلیه تقاطع ایتکین كهـ كا كب خطلری
بر برینه مساوی وکذا هو اب خطلری متساوین اولدیغندن كهـا
كاهـ كاب كبا زاویه‌لری بر برینه مساوی اولورلر (۱ د)
اجلدی هـ اب نقطه‌لرنده واقع زاویه‌لر بر برینه مساوی اولدیغندن
(۳ س) اهو وهـا و ب ار ا ب ر زاویه‌لری دخی بر برینه مساوی
اولوب و زاویه‌سی ر زاویه‌سنه مساوی اولور (۱ نتیجه ٩)
کذلك اثبات اولنورکه ر ح ط ی و زاویه‌لری بر برینه مساوی

اولمغله هـ وا اد مثلثلرينك زواياسى نظيرنظيره مساوى اولوب
هـا ضلعى اب ضلعنه مساوى اولديغندن هـو ضلعى دخى وا
ضلعنه مساوى اولور (١ كا) وكذلك اثبات اولنوركه اد دب بح
حو وط طى ىب بهـ هـو وا اشبو اون خط بربرينه مساوى
اولوب ضعفلرى اولان ود دح حط طب بو خطلرى دخى
بربرينه مساوى اولديغندن دائرۀ مرقومه اوزرينه رسم اولنان
ودحطب شكلى هم متساوى الاضلاع وهم متساوية الزوايا
اولدقده مخمس منتظم اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوى ٧ عملى❋

مخمس منتظم مفروض داخلنده دائره رسم ايتمك طريقيدر
مثلا ابحدهـ مخمس منتظم داخلنده بر دائره رسم ايتمك مراد
اولنسه امدى كيف ما اتفق بح حد دهـ زاويه لرى حك دك
خطلريله تنصيف اولندقده (١ ط) بربرينى قطع ايلديكى ك
نقطه سى مركز دائره اولور * زيرا كب كا كهـ خطلرى رسم
اولنوب كح كط كى كو كر عمودلرى اخراج اولندقده
بحك زاويه سى كحد زاويه سنه بالعمل مساوى اولوب حب
ضلعى بالفرض حد ضلعنه مساوى (حد ٧) حك دخى مشترك
اولديغندن حبك زاويه سى كدح زاويه سنه مساوى اولور
(١ د) لكن كدح زاويه سى حدهـ زاويه سنك بالعمل نصفى
اولوب حدهـ زاويه سى حبا زاويه سنه بالفرض مساوى اولديغندن
(حد ٧) حبك زاويه سى دخى حبا زاويه سنك نصفى اولمغين حبا
زاويه سى بك خطيله تنصيف اولنوب ا هـ زاويه لرى دخى اك
كهـ خطلريله تنصيف اولنورلر امدى كرح مثلثنك زواياسى
كحح مثلثك زواياسنه نظيرنظيره مساوى اولوب كح ضلعى

مشترك اولديغندن كر عمودى كح عمودينه مساوى اولور (١ كا) وبومثللو اثبات اولنوركه كح كط كى كو كر عمودلرى دخى بربرينه مساوى اولوب ك مركزندن عمود مرقوملرك بريسى بعديله رسم اولنسان دائره ابجده مخمس منتظمك ضلعلرينه تماس ايدوب مطلوب ثابت اولور

✻ دعوى يد عملى ✻

مخمس منتظم مفروض اوزرينه دائره رسم ايتمك طريقيدر مثلا ابجده مخمس منتظم اوزرينه بر دائره رسم ايتمك مراد اولنسه امدى كيف ما اتفق بجد جده زاويه لرى جو وى خطلريله تنصيف اولندقده خط مرقوملر بربرينى قطع ايلديكى و نقطه سى مركز دائره اولور* زيرا وب وا وه خطلرى رسم اولندقده بجو زاويه سى وجد زاويه سنه بالعمل مساوى جب ضلعى دخى جد ضلعنه بالفرض مساوى اولوب (حد ٧) جو ضلعى مشترك اولديغندن جبو زاويه سى وجد زاويه سنه مساوى اولور (١ د) امدى وجد زاويه سى جده زاويه سنك بالعمل نصفى اولوب جده زاويه سى جبا زاويه سنه بالفرض مساوى اولديغندن (حد ٧) جبو زاويه سى دخى جبا زاويه سنك نصفى اولغين جبا زاويه سى بو خطيله تنصيف اولنور كذا اه زاويه لرى او وه خطلريله تنصيف اولنوب وجد وجد زاويه لرى متساويتين اولديغندن (متعارفه ٧) وج ضلعى ود ضلعنه مساوى اولور (١ و) وبومثللو اثبات اولنوركه وى وه وا وب وج خطلرى بربرينه مساوى اولغين و مركزندن اشبو خطوط مرقومه نك بريسى بعديله رسم اولنسان دائره ابجده مخمس منتظمك جميع زواياسنه مرور ايدوب مطلوب ثابت اولور

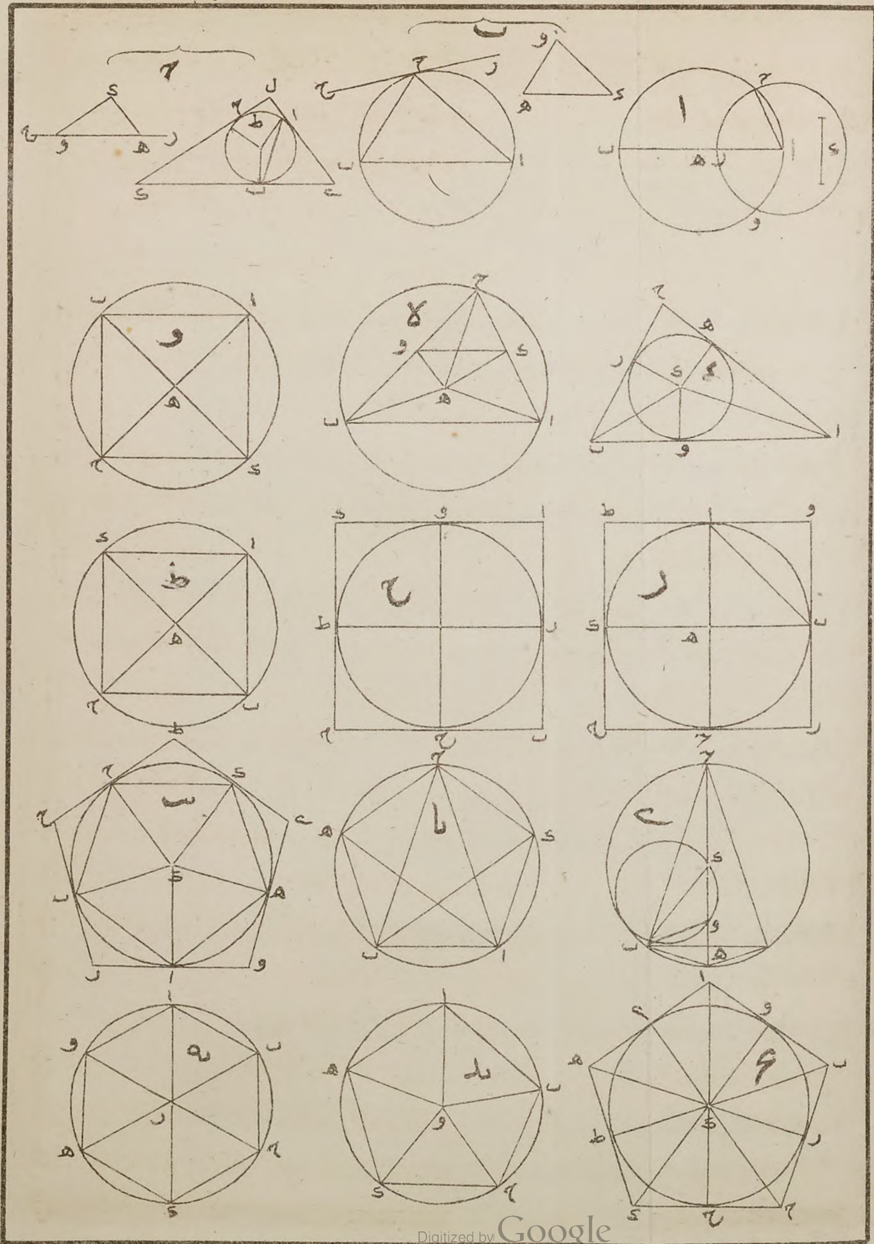
دعوى

* دعوى به عملى *

دائرهٔ مفروضه داخلنده مسدس منتظم رسم ايتمك طريقيدر
مثلا احهو دائره سى داخلنده برمسدس منتظم رسم ايتمك مراد
اولنسه اولا اى قطرى رسم ود نصف قطرينه مساوى دح
وترى اعمال اولنوب (١) حو قطرى دخى كشيده اولنه بعده حى
وترينه موازى ـه قطرى رسم اولنوب (١ كر) ده هو وا
اـ ـح دخى وصل اولندقده حاصل اولان احدهو شكلى
مسدس مطلوب اولور * زيرا درح مثلثى متساوى الاضلاع
اولديغندن ردح رحد درح زاويه لرى بربرينه مساوى اولوب
(١ نتيجه ٥) رهـ حد خطلرى متوازيين اولديغندن هرى ردح
زاويه لرى بربرينه مساوى اولوب (٢١) ورهـ رحد زاويه لرى
دخى متساويتين اولورلر (٢١) امدى ردح رحد زاويه لرندن
هربرى درح زاويه سنه مساوى اولديغندن درح هرى ورهـ
زاويه لرى بربرينه مساوى وكذا ورا ارـ ـرح زواياى
متقابله لرى بربرينه مساوى اولوب حرد درهـ هرو ورا ارـ
ـرح مثلثلرندن لا على التعيين برينك ايكى ضلع وبينده كى زاويه سى
مثلثات باقيه نك هربرندن ايكى ضلع وبينده كى زاويه سنه مساوى
اولديغندن مثلثات مرقومه لر هرحالده متساويه اولمغله حد
ده هو وا اـ ـح ضلعلرى دخى بربرينه مساوى اولورلر
بوتقديرجه احهو دائره سى داخلنده رسم اولنان احدهو
شكلى مسدس منتظم اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه دائرهٔ مفروضه اوزرينه مسدس منتظم رسم ايتمك وكذا
مسدس منتظم داخلنده ومسدس مرقوم اوزرينه دائره رسم ايتمك
طريق وبرهانى بعينه مخمس منتظمده مرورا بلديكى وجه اوزره در

تنبیه بو مقاله ده ذکر اولنان شکللر وانلرك ضلعلری برقاج کره
تنصیف یاخود تفاضللری اخذ ایله حاصل اولان شکللرك غیری
ذوا ضلاع کثیرهٔ منتظمه‌یی علم هندسه دن طریق معلوم اوزره
رسمی قطعا ممکن دکلدر بودخی معلوم اوله که کرك بو مقاله ده وکرك
مقالات سابقه ده ذکر اولنان بعض شکللرك انشاسی دیکر طریق
سهل اوزره کرچه ممکندر لکن برهانلری مقالات آتیه‌یه
موقوف اولمغین بو مقاملرده ذکر وایرادی
مناسب کورلمدی



اصول هندسه‌دن مقالهٔ خامسه

الحدود

١ مقدار صغیر مقدار کبیری برقاچ دفعه تمامه عدا ایلسه مقدار صغیر مقدار کبیرك جزئی دینلوب مقدار کبیرده مقدار صغیرك اضعافی تسمیه اولنور

٢ نسبت هندسیه اولدرکه بر جنسدن اولان ایکی کمك مقدار جهتیله بربرینه تناظرندن حاصل اولان بر اضافتدر

٣ تناسب اولدرکه نسبتلرك بربرینه مشابهتی اولوب اقلی اوچ مقدار بیننده اوله و بو مقدارلره مقادیر متناسبه تسمیه اولنور

٤ درت مقدار بربرینه ناظر اولسه لر برنجی ایله اوچنجی یه مقدم تسمیه اولنوب ایکنجی ایله دردنجیه تالی اطلاق اولنور

٥ درت مقدار متناسب اولدرکه مقدملرك هرقنغی اضعاف متساویه لری کندی تالیلرینك هرقنغی اضعاف متساویه لرینه یا مساوی و یا اندن زائد و یا ناقص اوله

٦ عکس طریقی اولدرکه مقدملر تالی و تالیلر مقدم قلنمقدر

٧ بدل طریقی اولدرکه هر مقدم مقدمه و هر تالی تالیه ناظر اوله

٨ ترکیب طریقی اولدرکه هر مقدم کندی تالیسی مجموعیله یا تالیلره یاخود مقدملره ناظر اوله

٩ فصل طريقي اولدركه هر مقدم ايله كندي تاليسي بيننده اولان فصل يا تاليلره يا خود مقدملره ناظر اوله

١٠ قلب طريقي اولدركه مقدملر يا خود تاليلر هر مقدم ايله كندي تاليسي بيننده اولان فصلنه ناظر اوله

بو دخي معلوم اوله كه مقادير متناسبه لرك تنظيمنده بعضا اشبو ا : ب :: ج : د اشارتلر رسم و تحرير اولنوب نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د ديو اوقونور يعني اشبو (:) اشارت الى يرينه اولوب و بو (::) اشارت كنسبة مقامنه استعمال اولنور

✻ دعوى ا نظري ✻

هر نه قدر مقادير اولقدر مقادير آخرك نظير نظيرينك اضعاف متساويه لري اولسه مقادير اولدن بري مقادير آخردن كندي جزئينك هر فنقي اضعافي اولور ايسه مقادير اول مجموعي دخي مقادير آخر مجموعنك اولقدر اضعافي اولور

مثلا هر نه قدر ا ب ج د مقاديري اولقدر هـ و مقادير آخرك نظير نظيرينك اضعاف متساويه لري اولسه مقادير اولدن ا ب مقداري مقادير آخردن كندي جزئي اولان هـ مقدارينك هر فنقي اضعافي اولور ايسه ا ب ج د مجموعي دخي هـ و مجموعنك اولقدر اضعافي اولور ✻ زيرا ا ب مقداري هـ مقدارينه ا ز ر ب مقدارلرينه تقسيم اولنوب (ا له) ج د دخي و مقدارينه ج ح ح د مقدارلرينه تقسيم اولندقده ا ب مقدارنده هر نه قدر هـ مقداري وار ايسه ج د مقدارنده دخي اولقدر و مقداري بولنوب ا ز هـ مقدارلري بالعمل متساويين ج ح و مقدارلري دخي بالعمل

متساويين اولديغندن ار حح مجموعى ه و مجموعنه مساوى
اولوركذا ر ـ ه مقدارلرى متساويين اولوب حء و
مقدارلرى دخى متساويين اولديغندن ر ـ حء مجموعى
ه و مجموعنه مساوى اولورامدى ا ـ مقدارنده هرنه قدر
ه مقدارى وارايسه ا ـ حء مجموعنده دخى اولقدر ه و
مجموعى بولنوب مطلوب ثابت اولور

✻دعوى ـ نظرى✻

هرنه قدر مقادير مقدار واحدك اضعافى اولديغى كبى اولقدر مقادير
آخر دخى مقدار واحد آخرك نظيرنظيرينك اضعاف متساويه لرى
اولسه مقادير اول مجموعى كندى جزئنك هرفنى اضعافى اولورايسه
مقادير آخر مجموعى دخى كندى جزئنك اولقدر اضعافى اولور

مثلا هرنقدر ا ـ ه مقاديرى ح مقدار واحدك اضعافى
اولديغى كبى اولقدر ءر رح مقادير آخر دخى و مقدار واحد
آخرك نظيرنظيرينك اضعاف متساويه لرى اولسه ا ه مجموعى
ح مقدارينك هرقنى اضعافى اولور ايسه ءح مجموعى دخى و
مقدارينك اولقدر اضعافى اولور* زيرا ا ـ مقدارى ح مقدارينك
هرقنى اضعافى ايسه ءر دخى و مقدارينك بالفرض اولقدر اضعافى
اولديغندن ا ـ مقدارنده هرنقدر ح مقدارى وارايسه
ءر مقدارنده دخى اولقدر و مقدارى بولنوركذا ـ ه
مقدارى ح مقدارينك هرقنى اضعافى ايسه رح دخى و
مقدارينك بالفرض اولقدر اضعافى اولديغندن ـ ه مقدارنده
هرنقدر ح مقدارى وارايسه رح مقدارنده دخى اولقدر و مقدارى
بولنورامدى ا ه مجموعنده هرنقدر ح مقدارى وارايسه ءح
مجموعنده دخى اولقدر و مقدارى بولنوب مطلوب ثابت اولور

دعوى

❋دعوى ٥ نظرى❋

هر درت مقداردن اول ثانينك اضعافى اولديغى كبى ثالث دخى رابعك اولقدر اضعافى اولوب اول ايله ثالث ايچون اضعاف متساويه لر اخذ اولندقده اضعاف اول مقدار ثانينك و اضعاف آخر مقدار رابعك اضعاف متساويه لرى اولور

مثلا ا ب حـ ى درت مقداردن ا مقدار اول ب مقدار ثانينك اضعافى اولديغى كبى حـ مقدار ثالث دخى ى مقدار رابعك اولقدر اضعافى اولوب ا حـ مقدارلرى ايچون هو رح اضعاف متساويه لرى اخذ اولندقده هو اضعافى ب مقدارينك رح اضعافى دخى ى مقدارينك اضعاف متساويه لرى اولور زيرا هو مقدارى ا مقداريله هط طو مقدارلرينه تقسيم اولنوب (ا ل) رح دخى حـ مقداريله رع عح مقدارلرينه تقسيم اولندقده هو مقدارنده هرنقدر ا مقدارى وارايسه رح مقدارنده دخى اولقدر حـ مقدارى بولنور امدى هط طو مقدارلرى بالعمل متساوين اولوب رع عح مقدارلرى دخى بالعمل متساوين اولديغندن هط مقدارى ب مقدارينك هرنه اضعافى ايسه رع دخى ى مقدارينك اول اضعافى اولوب وكذا طو مقدارى ب مقدارينك هرنه اضعافى ايسه عح دخى ى مقدارينك اول اضعافى اولمغله هط طو مقدارلرندن هريرى ب مقدارينك هرقنغى اضعافى ايسه رع عح مقدارلرندن هريرى دخى ى مقدارينك اولقدر اضعافى اولور امدى هو مجموعى ب مقدارينك هرقنغى اضعافى اولورايسه رح مجموعى دخى ى مقدارينك اولقدر اضعافى اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوى ى نظرى❋

اكراوچ مقدارك اولى ثانيدن اعظم ومقدار ثالث على اى وجه كان بولنسه‌لر مقدار اول وثانينك اضعاف متساويه‌لرى اخذ اولنديغى كبى مقدار ثالثك دخى بروجهله اضعافى اخذ اولنوركه اشبو اضعاف مأخوذه‌دن اضعاف اول اعظم واضعاف ثانى غير اعظم اولور

مثلا ا‍ مقدار اول ‍ـح مقدار ثانيدن اعظم اولوب ى مقدار ثالث على اى وجه كان بولنسه ا‍ ‍ـح مقدارلرينك اضعاف متساويه‌لرى اخذ اولنديغى كبى ى مقدارينك دخى بروجهله اضعافى اخذ اولنوركه اشبو اضعافدن ا‍ مقدارينك اضعافى اعظم اولوب ‍ـح مقدارينك اضعافى غير اعظم اولور❋ زيرا ‍ـح ا مقدارلرينك اضعاف متساويه‌لرى اولان رو وهـ مقدارلرى بروجهله اخذ اولنه‌كه هر برى ى مقدارندن اعظم اوله وكذا ى مقدارينك دخى بروجهله ح ط اضعافلرى اخذ اولنه‌كه ط اضعافى رو مقدارينه ابتداى اعظم اولوب ح اضعافى دخى ط مقدارينه ابتداى اصغر اوله امدى ط اضعافى ى مقدارينك اولبر اضعافيدركه رو مقدارينه ابتداى اعظم اولمغله ح مقدارى دخى رو مقدارندن اعظم اولامزيعنى رو مقدارى ح مقدارندن اصغر اولامزوكذا وهـ مقدارى حا مقدارينك بالعمل اضعافى اولديغى كبى رو دخى ‍ـح مقدارينك بالعمل اولقدر اضعافى اولديغندن هر مجموعى ا‍ مجموعنك اولقدر اضعافى اولوب (۱) هر رو مقدارلرى دخى ا‍ ‍ـح مقدارلرينك اضعاف متساويه‌لرى اولورلر لكن رو مقدارى ح مقدارندن اصغر اولميوب وهـ دخى ى مقدارندن بالعمل اعظم اولديغندن هر مجموعى ى ح مجموعندن اعظم اولوزامدى ‍ـح ى مجموعى ط مقدارينه

بالعمل

بالعمل مساوی اولمغله اشبو ط مقدارندن هر مقداری
اعظم رو مقداری غیر اعظم اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ٤ نظری

اکر درت مقدار متناسب اولسه لر مقدملرك هرقنغی اضعاف
متساویه لری تالیلرك هرقنغی اضعاف متساویه لریله متناسب اولورلر
مثلا نسبة ا الی ب کنسبة ح الی د اولسه ا ح مقدملرینك
هرقنغی هط وح اضعاف متساویه لری اخذ اولنوب ب د
تالیلرینك دخی هرقنغی زك ح ل اضعاف متساویه لری اخذ
اولندقده نسبة هط الی زك کنسبة وح الی ح ل اولور * زیرا
هط وح مقدارلرینك هرقنغی هم وص اضعاف متساویه لری
اخذ اولنوب زك ح ل مقدارلرینك دخی هرقنغی رس ع ع
اضعاف متساویه لری اخذ اولندقده ا مقدارینك اضعافی هط
اولدیغی کبی ح مقداریننك دخی بالعمل اولقدر اضعافی وح
اولوب هط وح مقدارلرینك بالعمل اضعاف متساویه لری هم
وص اولدیغندن هم مقداری ا مقدارینك هرقنغی اضعافی
ایسه وص دخی ح مقدارینك اولقدر اضعافی اولور (ح) وبومثللو
اثبات اولنورکه رس مقداری ب مقدارینك هرقنغی اضعافی
ایسه ع ع دخی د مقدارینك اولقدر اضعافی اولور امدی نسبة ا
الی ب کنسبة ح الی د بالفرض اولدیغندن ا ح مقدملرینك
اضعاف متساویه مأخوذه لری هم وص اولوب ب د تالیلرینك
دخی اضعاف متساویه مأخوذه لری رس ع ع اولمغین اکر هم
مقداری رس مقدارندن زائد ایسه وص دخی ع ع مقدارندن زائد
اولور واکر مساوی ایسه مساوی و اکر ناقص ایسه ناقص اولور
(حد) امدی هم وص مقدارلری هط وح مقدارلرینك

هر قنغی اضعاف متساویه‌لری اولوب زیتنه ح ع دخی ز ک ح ل مقدارلرینك هر قنغی اضعاف متساویه‌لری اولدیغندن نسبت ه ط الی ز ک کنسبة و ے الی ح ل اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی و نظری ❋

اکر درت مقدار متناسب اولوب اول ثانیدن زائد اولسه ثالث دخی رابعدن زائد اولور و اکر مساوی اولسه مساوی و اکر ناقص اولسه ناقص اولور

مثلا نسبة ا الی ب کنسبة ح الی ی اولوب ا مقداری ب مقدارندن زائد اولسه ح دخی ی مقدارندن زائد اولور و اکر مساوی اولسه مساوی و اکر ناقص اولسه ناقص اولور زیرا ح مقدارلرینك هر قنغی هر اضعاف متساویه‌لری اخذ اولنوب ب ی تالیلرینك دخی اولقدر و ح اضعاف متساویه‌لری اخذ اولندقده نسبة ا الی ب کنسبة ح الی ی بالفرض اولدیغندن ه مقداری و مقدارندن زائد ایسه ر دخی ح مقدارندن زائد اولور و اکر مساوی ایسه مساوی و اکر ناقص ایسه ناقص اولور (حد) امدی ه و ر ح مقدارلری ا ب ح ی مقدارلرینك نظیر نظیرینك اضعاف متساویه‌لری اولدیغندن اشبو مقادیرك اضعاف متساویه لرنده اولان کرك زیاده‌لك و کرك مساوات و کرك نقصانلق نسبی بعینه مقادیر مذکوره‌نك کندولرنده دخی باقی اولمغله ا مقداری ب مقدارندن زائد اولسه ح دخی ی مقدارندن زائد اولور و اکر مساوی اولسه مساوی و اکر ناقص اولسه ناقص اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ر نظری ❋

اکر درت مقدار متناسب اولسه لر عکس طریقیله دخی متناسب اولورلر

مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د اولسه عكس طريقيله دخى ب : ا :: د : ج اولور * زيرا ب د مقدارلرينك هرقنقى هـ و اضعاف متساويه لرى اخذ اولنوب ا ج مقدارلرينك دخى هرقنقى ر ح اضعاف متساويه لرى اخذ اولندقده نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د بالفرض اولديغندن ا ج مقدارلرينك اضعاف متساويه لرى ر ح اولوب ب د مقدارلرينك دخى اضعاف متساويه لرى هـ و اولمغين ر مقدارى هـ مقدارندن زائد ايسه ح دخى و مقدارندن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور (حد ٥) امدى ر هـ مقدارلرنده كرك زياده لك وكرك مساوات وكرك نقصانلق هرنه نسبت وار ايسه ح و مقدارلرنده دخى بنه اول نسبت باقى اولديغندن كذلك هـ ر مقدارلرنده اولان كرك زياده لك وكرك مساوات وكرك نقصانلق نسبتك عينى و ح مقدارلرنده دخى باقى اولمغين هـ مقدارى ر مقدارندن زائد ايسه و دخى ح مقدارندن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور امدى ب د مقدارلرينك هرقنقى اضعاف متساويه لرى هـ و اولوب ا ج مقدارلرينك دخى هرقنقى اضعاف متساويه لرى ر ح اولديغندن نسبة ب الى ا كنسبة د الى ج اولوب (حد ٥) مطلوب ثابت اولور (حد ٦)

❋ دعوى ح نظرى ❋

اكر درت مقداردن اول ثانينك هرقنقى اضعافى وياجزئى اولديغى كبى ثالث دخى رابعك اول قدر اضعافى وياجزئى اولسه اولك ثانى يه نسبتى ثالثك رابعه نسبتى كبى اولور

مثلا ا ب ج د درت مقداردن ا مقدار اول ب مقدار ثانينك

هرقنقی اضعافی اولدیغی کبی ح مقدار ثالث دخی ء مقدار رابعك اولقدر اضعافی اولسه نسبة ا الی ب کنسبة ج الی ء اولور * زیرا ا ح مقدارلرینك هرقنقی ه ر اضعاف متساویه لری اخذ اولنوب ب ء مقدارلرینك دخی هرقنقی و ح اضعاف متساویه لری اخذ اولندقده ا مقداری ب مقدارینك اضعافی اولدیغی کبی ح دخی ء مقدارینك بالفرض اولقدر اضعافی اولوب ه مقداری ا مقدارینك اضعافی اولدیغی کبی ر دخی ح مقدارینك بالعمل اولقدر اضعافی اولدیغندن ه مقداری ب مقدارینك هرنه اضعافی اولور ایسه ر دخی ء مقدارینك اولقدر اضعافی اولور (ح) امدی ه مقداری ب مقدارینك اضعافی اولدیغی کبی ر دخی ء مقدارینك اولقدر اضعافی اولوب وکذا و مقداری ب مقدارینك اضعافی اولدیغی کبی ح دخی ء مقدارینك اولقدر اضعافی اولدیغندن ه مقداری و مقدارندن زائد ایسه ر دخی ح مقدارندن زائد اولور واکر مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور امدی ا ح مقدارلرینك هرقنقی اضعاف متساویه لری ه ر اولوب ب ء مقدارلرینك دخی هرقنقی اضعاف متساویه لری و ح اولدیغندن نسبة ا الی ب کنسبة ح الی ء اولور (حد ٥) وینه ب ا ء ح درت مقداردن ب مقداری ا مقدارینك هرقنقی جزئی اولدیغی کبی ء دخی ح مقدارینك اولقدر جزئی اولسه نسبة ب الی ا کنسبة ء الی ح اولور * زیرا ب مقدارینك ا مقداری هرنه اضعافی ایسه ء مقدارینك دخی ح مقداری بالفرض اولقدر اضعافی اولمغین آنفا ذکر اولندیغی وجه اوزره نسبة ا الی ب کنسبة ح الی ء اولدیغندن (ح) عکس طریقیله دخی نسبة ب الی ا کنسبة ء الی ح اولوب (د) مطلوب ثابت اولور

✱ دعوى ط نظرى ✱

مقادير متساويه دن هر برينك مقدار واحد آخره نسبتلرى مساويدر ومقدار واحد آخرك مقادير متساويه دن هر برينه نسبتى بنه مساويدر مثلا ا ب مقدارلرى متساويين اولوب ح مقدار واحد آخر اولسه نسبة ا الى ح كنسبة ب الى ح اولور * زيرا ا ب مقدارلرينك هر قنقى د هـ اضعاف متساويه لرى اخذ اولنوب ح مقدارينك دخى هر قنقى و اضعافى اخذ اولندقده ا ب مقدارلرى بالفرض متساويين اولديغندن د هـ دخى متساويين اولمغله د مقدارى و مقدارندن زائد ايسه هـ دخى و مقدارندن زائد اولور و اكر مساوى ايسه مساوى و اكر ناقص ايسه ناقص اولور امدى ا ب مقدارلرينك هر قنقى اضعاف متساويه لرى د هـ اولوب ح مقدارينك دخى هر قنقى اضعافى و اولديغندن نسبة ا الى ح كنسبة ب الى ح اولور (ه‍ د)

وينه ا ب مقدارلرى متساويين اولوب ح مقدار واحد آخر اولسه نسبة ح الى ا كنسبة ح الى ب اولور * زيرا وجه مذكور اوزره د هـ اضعاف متساويه لرى اخذ اولندقده بربرينه مساواتلرى كما فى السابق اثبات اولنوب د هـ متساويين اولديغندن و مقدارى د مقدارندن زائد ايسه هـ مقدارندن دخى زائد اولور و اكر مساوى ايسه مساوى و اكر ناقص ايسه ناقص اولور امدى ح مقدارينك هر قنقى اضعافى و اولوب ا ب مقدارلرينك دخى هر قنقى اضعاف متساويه لرى د هـ اولديغندن نسبة ح الى ا كنسبة ح الى ب اولوب (ه‍ د) مطلوب ثابت اولور

✱ دعوى ى نظرى ✱

مقاديردن هر برينك مقدار واحد آخره نسبتلرى مساوى اولسه مقادير

مرقومه‌لر بربرینه مساوی اولورلروا كر مقدارروا حد آخرك مقادیردن
هربرینه نسبتی مساوی اولسه‌ یدی مقادیر مرقومه‌لر بربرینه مساوی اولورلر
مثلا ا ـ مقدارلرندن هربرینك ح مقدارینه نسبتلری مساوی
اولسه ا ـ مقدارلری بربرینه مساوی اولورلر * زیرا مساوی دكل
ایسه بریسی البته اعظم اولور فرضا ا مقداری اعظم اولسه ا ـ
مقدارلرینك ی ﻫ اضعاف متساویه‌لری اخذ اولنوب ح مقدارینك
دخی بروجهله و اضعافی اخذ اولنه كه اشبو اضعافدن ی مقداری
اعظم اولوب ﻫ مقداری غیر اعظم اوله (ی) امدی نسبة ا الی ح
كنسبة ـ الی ح بالفرض اولوب ا ـ مقدارلرینك اضعاف
متساویه‌لری ی ﻫ اولدیغی كبی ح مقدارینك دخی اضعافی و
اولدیغندن ی مقداری و مقدارندن اعظم اولمغله ﻫ دخی و
مقدارندن اعظم اولور (حد) لكن ﻫ مقداری و مقدارندن
بالعمل غیر اعظم اولمغین هم اعظم وهم غیر اعظم اولمق لازم كلور
بو ایسه خلافدر بوتقدیرجه ا مقداری ـ مقدارندن اعظم اولامز
وكذا اثبات اولنوركه اصغر دخی اولامز اولسیه‌دن بربرینه مساوی
اولورلروا كر ح مقدارینك ا ـ مقدارلرینه نسبتی مساوی اولسه
یدی ا ـ مقدارلری بربرینه مساوی اولورلر * زیرا نسبة ح الی ا
كنسبة ح الی ـ بالفرض اولدیغندن عكس طریقیله دخی ا:
ح ::ـ :ح اولور (ر) امدی آنفا اثبات اولندیغی وجه اوزره
مقادیر معلومه‌دن هربرینك مقدار واحد آخره نسبتلری
مساوی اولسه مقادیر مرقومه‌لر بربرینه مساوی اولدقلرندن
ا ـ مقدارلری بربرینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ـ تا نظری❋

نسبت واحده‌یه مساوی اولان نسبتلر بربرینه مساویدر

مثلا

مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى ى اولوب وكذا نسبة ح الى ى كنسبة ه الى و اولسه ا: ب :: ه :و اولور * زيرا ا ح ه مقدارلرينك هر قنقى ر ح ط اضعاف متساويه لرى اخذ اولنوب ب ى و مقدارلرينك دخى هر قنقى ب ك ل اضعاف متساويه لرى اخذ اولندقده نسبة ا الى ب كنسبة ح الى ى بالفرض اولمغين ا ح مقدارلرينك اضعاف متساويه لرى رح اولوب ب ى مقدارلرينك دخى اضعاف متساويه لرى ب ك اولديغندن ر مقدارى ب مقدارندن زائد ايسه ح دخى ك مقدارندن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور (حد) وكذا نسبة ح الى ى كنسبة ه الى و بالفرض اولمغين ح ه مقدارلرينك اضعاف متساويه لرى ح ط اولوب ى و مقدارلرينك دخى اضعاف متساويه لرى ك ل اولديغندن ح مقدارى ك مقدارندن زائد ايسه ط دخى ل مقدارندن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور (حد) لكن آنفا اثبات اولنديغى وجه اوزره ر مقدارى ب مقدارندن زائد ايسه ح دخى ك مقدارندن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولديغندن ر مقدارى ب مقدارندن زائد ايسه ط دخى ل مقدارندن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور امدى ا ه مقدارلرينك هر قنقى اضعاف متساويه لرى ر ط اولوب ب و مقدارلرينك دخى هر قنقى اضعاف متساويه لرى ب ل اولديغندن نسبة ا الى ب كنسبة ه الى و اولوب (حد) مطلوب ثابت اولور

*** دعوى ٢٣ نظرى ***

جنس واحددن اولان مقادير متناسبه دن مقدملر مجموعنك تاليلر

مجموعنه نسبتی مقدملردن هرقنغی برینک کندی تالیسنه نسبتی کبی اولور

مثلا نسبتهٔ ا الی ب کنسبتهٔ ح الی ی وکنسبتهٔ ه الی و اولسه بوتقدیرجه نسبتهٔ مجموع ا ح ه الی مجموع ب ی و کنسبتهٔ ا الی ب اولور زیرا ا ح ه مقدارلرینک هرقنغی ر ح ط اضعاف متساویه لری اخذ اولنوب ب ی و مقدارلرینک دخی هرقنغی ب ک ل اضعاف متساویه لری اخذ اولندقده نسبتهٔ ا الی ب کنسبتهٔ ح الی ی بالفرض اولوب ا ح مقدارلرینک اضعاف متساویه لری ر ح اولدیغی کبی ب ی مقدارلرینک دخی اضعاف متساویه لری ب ک اولدیغندن ر مقداری ب مقدارندن زائد ایسه ح دخی ک مقدارندن زائد اولور واکر مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور (حه) وکذا نسبتهٔ ا الی ب کنسبتهٔ ه الی و بالفرض اولوب ا ه مقدارلرینک اضعاف متساویه لری ر ط اولدیغی کبی ب و مقدارلرینک دخی اضعاف متساویه لری ب ل اولدیغندن ر مقداری ب مقدارندن زائد ایسه ط دخی ل مقدارندن زائد اولور واکر مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور (حه) بو اجلدن ر مقداری ب مقدارندن زائد ایسه ر ح ط مجموعی دخی ب ک ل مجموعندن زائد اولور واکر مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور امدی ا مقداریله ا ح ه مجموعنک هرقنغی اضعاف متساویه لری ر ایله ر ح ط مجموعی اولوب ب مقداریله ب ی و مجموعنک دخی هرقنغی اضعاف متساویه لری ب ایله ب ک ل مجموعی اولدیغندن نسبتهٔ مجموع ا ح ه الی مجموع ب ی و کنسبتهٔ ا الی ب اولوب (حه) مطلوب ثابت اولور

دعوی ١٣

دعوى ج نظرى

هر قنغى ايكى مقدارك بربرينه نسبتى انلرك اضعاف متساويه لرينك بربرينه نسبتى كبى اولور

مثلا ا ـ مقدارلرينك اضعاف متساويه لرى حو هو مقدارلرى اولسه نسبة ا الى ـ كنسبة حو الى هو اولور * زيرا ا مقدارينك اضعافى حو اولوب ـ مقدارينك دخى اولقدر اضعافى هو اولديغندن حو مقدارنده هرنقدر ا مقدارى وار ايسه هو مقدارنده دخى اولقدر ـ مقدارى بولنور امدى حو مقدارى ا مقداريله حر رح حو قسملرينه تقسيم اولنوب (اله) هو دخى ـ مقداريله هط طـ ـو قسملرينه تقسيم اولندقده مقدار اول هرنه قسمه تقسيم اولندى ايسه مقدار ثانى دخى اولقدر قسمه تقسيم اولنمغين حر رح حو مقدارلرى بربرينه مساوى اولوب هط طـ ـو دخى بربرينه مساوى اولديغندن نسبة حر الى هط كنسبة رح الى طـ و كنسبة حو الى ـو اولوب (ط) نسبة مجموع حو الى مجموع هو كنسبة حر الى هط اولور (ب) امدى هط مقدارى بالعمل ـ مقدارينه مساوى اولوب حر دخى ا مقدارينه مساوى اولديغندن نسبة حو الى هو كنسبة ا الى ـ اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى د نظرى

جنس واحددن اولان درت مقدار متناسب اولسه لر اول ثالثدن زائد اولسه ثانى دخى رابعدن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور

مثلا نسبة ا الى ـ كنسبة ح الى د اولوب ا مقدارى ح مقدارندن

زائد ایسه ـ دخی ء مقدارندن زائد اولور واکر مساوی ایسه
مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور اولا ا مقداری ح مقدارندن
زائد اولسه ـ دخی ء مقدارندن زائد اولور * زیرا ا ح مقدارلرینك
ﻫ ر اضعاف متساویه‌لری اخذ اولنوب ـ مقدارینك دخی
بر وجهله و اضعافی اخذ اولنه‌که اشبو اضعافدن ﻫ اضعافی
اعظم اولوب ر اضعافی غیر اعظم اوله (ء) امدی ـ مقدارینك
و مقداری هرقنقی اضعافی ایسه ء مقدارینك دخی اولقدر ح
اضعافی اخذ اولندقده نسبة ا الی ـ کنسبة ح الی ء بالفرض اولوب
ا ح مقدارلرینك اضعاف متساویه لری ﻫ ر اولدیغی کبی ـ ء
مقدارلرینك دخی اضعاف متساویه‌لری و ح اولدیغندن ﻫ مقداری
و مقدارندن زائد اولمغله ر دخی ح مقدارندن زائد اولور
(حـه) وکذا و مقداری ر مقدارندن بالعمل ناقص اولیوب ر دخی
ح مقدارندن زائد اولدیغندن و مقداری دخی ح مقدارندن زائد
اولور امدی ـ ء مقدارلرینك اضعاف متساویه‌لری و ح اولوب
و مقداری ح مقدارندن زائد اولدیغندن ـ دخی ء مقدارندن
زائد اولور ثانیا ا مقداری ح مقدارینه مساوی اولسه ـ دخی
ء مقدارینه مساوی اولور * زیرا نسبة ا الی ـ کنسبة ح الی ء
بالفرض اولوب یاخود ا ح مقدارلری متساویین اولمغین نسبة ا
الی ـ کنسبة ا الی ء اولدیغندن ـ ء مقدارلری دخی متساویین
اولورلر (ـ) ثالثا ا مقداری ح مقدارندن ناقص اولسه ـ دخی
ء مقدارندن ناقص اولور * زیرا نسبة ح الی ء کنسبة ا
الی ـ بالفرض اولدیغندن اثبات اول طریقی اوزره ح مقداری
ا مقدارندن زائد اولمغین ء دخی ـ مقدارندن زائد اولوب
مطلوب ثابت اولور

دعوى يه نظرى

اكر جنس واحدن اولان درت مقدار متناسب اولسه‌لر بدل طريقيله دخى متناسب اولور

مثلا نسبة ا الى ب كنسبة ح الى ى اولسه بدل طريقيله دخى ا : ح :: ب : ى اولور* زيرا ا ب مقدارلرينك هر قنفى ه ر اضعاف متساويه‌لرى اخذ اولنوب ح ى مقدارلرينك دخى هر قنفى ز ح اضعاف متساويه‌لرى اخذ اولندقده هر قنفى ايكى مقدارك بربرينه نسبتى انلرك اضعاف متساويه‌لرينك بربرينه نسبتى كبى اولديغندن (ح) ا : ب :: ه : ر اولور امدى نسبة ا الى ب كنسبة ح الى ى بالفرض اولمغين ح : ى :: ه : ر اولور (يا) وكذا نسبة ح الى ى كنسبة ز الى ح اولوب (ح) لكن نسبة ح الى ى كنسبة ه الى ر اولديغندن ه : ر :: ز : ح اولور (يا) امدى نسبة ه الى ر كنسبة ز الى ح اولمغين ه مقدارى ز مقدارندن زائد ايسه ر دخى ح مقدارندن زائد اولور واكر مساوى ايسه مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور (يد) لكن ا ب مقدارلرينك هر قنفى اضعاف متساويه‌لرى ه ر اولوب ح ى مقدارلرينك دخى هر قنفى اضعاف متساويه‌لرى ز ح اولديغندن نسبة ا الى ح كنسبة ب الى ى اولوب (حد ه) مطلوب ثابت اولور (حد ٢)

دعوى يو نظرى

اكر درت مقدار متناسب اولسه‌لر تركيب طريقيله دخى متناسب اولورلر

مثلا نسبة اه الى هب كنسبة حو الى وى اولسه تركيب طريقيله دخى اب : هب يا خود اه :: حى : وى يا خود حو اولور* زيرا اه هب حو وى مقدارلرينك هر قنفى زح حط كل لم اضعاف

متساويه لری اخذ اولندقده اه مقدارينك اضعافی رح اولديغی کبی
اب مقدارينك دخی اولقدر اضعافی رط اولور (ا) وكذا جو
مقدارينك اضعافی كل اولديغی کبی جد مقدارينك دخی اولقدر
اضعافی كم اولديغندن (ا) اب جو مقدارلرينك اضعاف متساويه لری
رط كم اولورلر امدی هب ود مقدارلرينك هر قنقی طی
من اضعاف متساويه لری اخذ اولندقده نسبة اه الی هب كنسبة جو
الی ود بالفرض اولديغندن رح مقداری طی مقدارندن
زائد ايسه كل دخی من مقدارندن زائد اولور واكر مساوی ايسه
مساوی واكر ناقص ايسه ناقص اولور (حد ه) امدی رح طی
مقدارلرينك هر برينه حط مقداری جمع اولندقده رح مقداری
طی مقدارندن زائد ايسه رط دخی حی مقدارندن زائد اولور
واكر مساوی ايسه مساوی واكر ناقص ايسه ناقص اولور وكذا
كل من مقدارلرينك هر برينه لم مقداری جمع اولندقده
كل مقداری من مقدارندن زائد ايسه كم دخی لن مقدارندن
زائد اولور واكر مساوی ايسه مساوی واكر ناقص ايسه ناقص اولور
بو تقديرجه رط مقداری حی مقدارندن زائد ايسه كم دخی
لن مقدارندن زائد اولور واكر مساوی ايسه مساوی واكر ناقص
ناقص ايسه ناقص اولور امدی اب جد مقدارلرينك هر قنقی
اضعاف متساويه لری رط كم اولوب هب ود مقدارلرينك
دخی هر قنقی اضعاف متساويه لری حی لن اولديغندن نسبة اب
الی هب كنسبة جد الی ود اولور وبو مثللو اثبات اولنور كه نسبة اب
الی اه كنسبة جد الی جو دخی اولوب مطلوب ثابت اولور (حد ٨)

*** دعوی ر نظری ***

اكر درت مقدار متناسب اولسه لر فصل طريقيله دخی متناسبه اولور

مثلا

مثلا نسبة اب الى به كنسبة حى الى ىو اولسه فصل طريقيله
دخى اه : اب ياخود هب :: حو : حى ياخود وى اولور
زيرا * اه هب حو وى مقدارلرينك على الترتيب هرقنقى رح
حط بك كل اضعاف متساويه لرى اخذ اولنوب هب وى
مقدارلرينك دخى هرقنقى طم لن اضعاف متساويه اخرى لرى
اخذ اولندقده اه مقدارينك اضعافى رح اولديغى كبى اب مقدارينك
دخى اولقدر اضعافى رط اولور (ا) لكن اه حو مقدارلرينك
اضعاف متساويه لرى رح بك اولديغندن اب مقدارينك
اضعافى رط اولديغى كبى حو مقدارينك دخى اولقدر اضعافى
بك اولوروكذا حو مقدارينك اضعافى بك اولديغى كبى حى
مقدارينك اولقدر اضعافى بل اولديغندن (ا) اب مقدارينك
اضعافى رط اولديغى كبى حى مقدارينك دخى اولقدر اضعافى
بل اولوروكذا هب مقدارينك اضعافلرى حط طم اولديغى كبى
وى مقدارينك دخى بالعمل اولقدر اضعافلرى كل لن اولديغندن
هب مقدارينك اضعافى حم اولديغى كبى وى مقدارينك دخى
اولقدر اضعافى كن اولور (ب) امدى نسبة اب الى به
كنسبة حى الى ىو بالفرض اولمغين اب حى مقدارلرينك اضعاف
متساويه لرى رط بل اولوب هب وى مقدارلرينك دخى اضعاف
متساويه لرى حم كن اولديغندن رط مقدارى حم مقدارندن
زائد ايسه بل دخى كن مقدارندن زائد اولور واكر مساوى ايسه
مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور (جـ) امدى رط حم
مقدارلرندن حط مشتركى طرح اولنوب بل كن مقدارلرندن
دخى كل مشتركى طرح اولندقده رح مقدارى طم مقدارندن
زائد ايسه بك دخى لن مقدارندن زائد اولور واكر مساوى ايسه
مساوى واكر ناقص ايسه ناقص اولور لكن اه حو مقدارلرينك

هر قسمی اضعاف متساویه لری د ح ه اولوب ه ح و ی
مقدارلری بلنده دخی هر قسمی اضعاف متساویه لری ط م ل ک اولدیغندن
ا ه : ه ب :: ح د : و ی اولور (حیه) ترکیب طریقیله
نسبة ا ه الی ا ب کنسبة ح ی الی ح و اولدیغندن (لو) عکس طریقیله
دخی ا ه : ا ب :: ح ی : ح ی اولوب مطلوب ثابت اولور (حم)
تنبیه ایکی تناسب مذکورلرک ترتیبه اللیلر عکسلری ده لازم
اولسه عکس ترتیب اولنسه قدم اولنمش برهان تناظر ایدر

دعوی ا ح نظری

اگر درت مقدار متناسب اولسه لر قلب طریقیله دخی متناسب اولورلر
مثلا نسبة ا ب الی ب ه کنسبة ح ی الی ی و اولسه قلب طریقیله
دخی ا ب : ا خود ب ه ، ا ه :: ح ی : ا خود ی و : ح و اولور
زیرا نسبة ا ب الی ب ه کنسبة ح ی الی ی و اولوب
فصل طریقیله ا ه : ا ب :: ا خود ب ه : ح و ی ا خود ی و
اولدیغندن (ر) عکس طریقیله دخی ا ب : ا خود ب ه : ا ه
:: ح ی : ا خود ی و : ح و اولوب (ر) مطلوب ثابت اولور (جه)

دعوی ط نظری

اگر جنسی واحد دن اولان درت مقدار متناسب اولسه لر عظمی
ایله صغری مجموعی باقی ایکی مقدار مجموعندن اعظم اولور
مثلا ا ب ح ی ه و اشبو درت مقدار متناسبلک هر بری ا ب
مقداری اعظم اولوب و ه مقداری اصغر اولسه ا ب و ه مجموعی
ح ی ه مجموعندن اعظم اولور زیرا ا ب مقدارندن ه
مقدارینه مساوی ا ز قطع اولنوب ح مقدارندن دخی و مقدارینه
مساوی ح ح قطع اولنسه (ا ح) ا ب : ح ی :: ه : و بالفرض

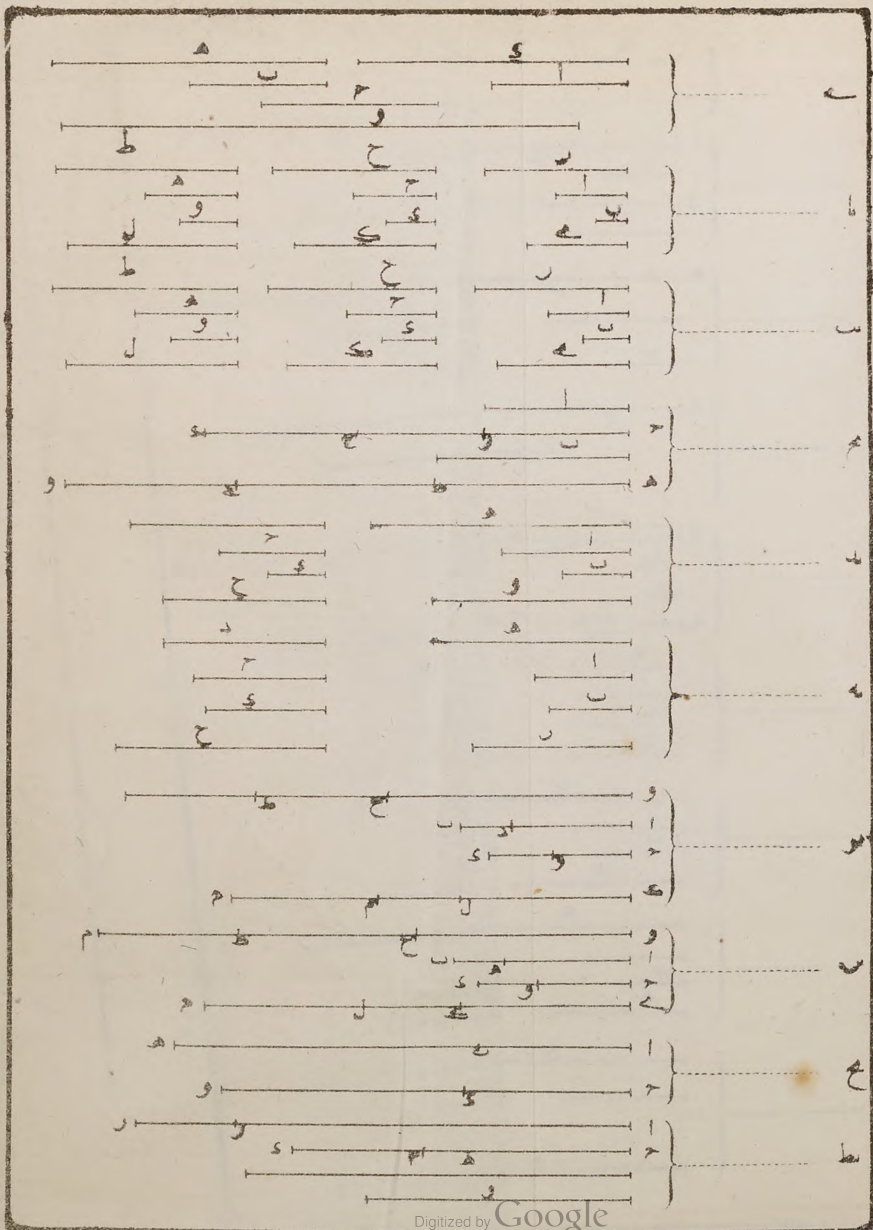
اولوب ار مقداری هـ مقدارینه حح دخی، ومقدارینه بالعمل
مساوی اولدیغندن نسبة ا ـ الی حد کنسبة ار الی حح اولوب
بدل طریقیله دخی ا ـ : ار :: حد : حح اولور (يج) وکذا
ا ـ ار مقدارلری بیننده اولان فضل ـ ر اولوب حد حح
مقدارلری بیننده اولان فضل دح اولدیغندن ا ـ : ـ ر ::
حد : دح اولور (عج) لکن ا ـ مقداری حد مقداریندن
بالفرض اعظم اولمغین ر ـ دخی حد مقداریندن اعظم اولور
(يد) امدی ار مقداری هـ مقدارینه مساوی حح دخی و
مقدارینه مساوی اولدیغندن ار و مجموعی حح هـ مجموعنه
مساوی اولوب مجموع اوله ر ـ و مجموع ثانیه حد مقدارلری
جمع اولندقده ار ر ـ و مجموعی حح حد هـ مجموعندن
اعظم اولور لکن ار ر ـ مقدارلری ا ـ مقدارینه مساوی اولوب
حح حد دخی حد مقدارینه مساوی اولدیغندن ا ـ و
مجموعی حد هـ مجموعندن اعظم اولوب مطلوب ثابت اولور
تنبیه اگر ا ـ مقداری مقادیر مرقومه نك هر بریندن اعظم اولور
ایسه و مقداری دخی مقادیر مذکوره نك
هر بریندن اصغر اولور

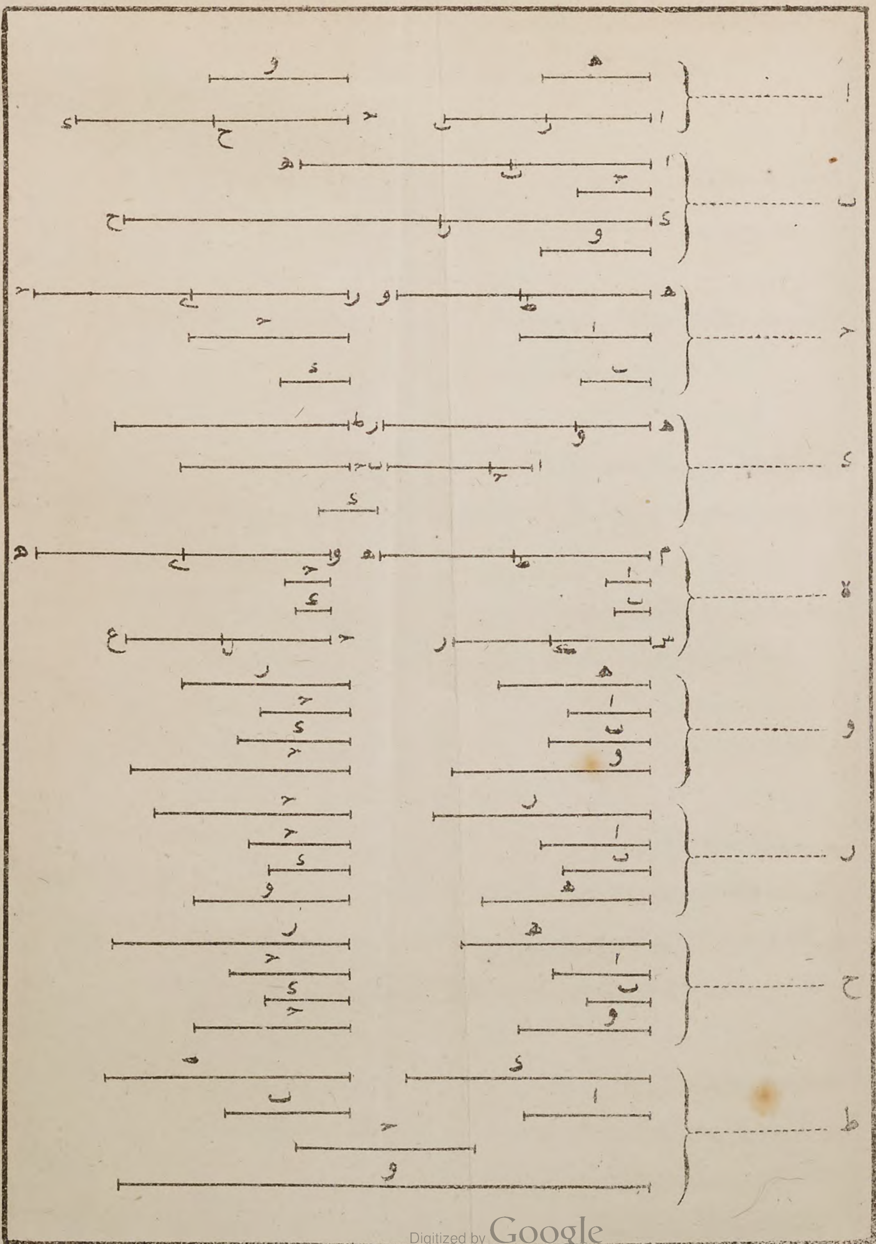
(و ربد)

[illegible]

[illegible]

[illegible]





اصول هندسه‌دن مقالهٔ سادسه

الحدود

١ اشکال متشابههٔ مستقیمة الاضلاع اولدرکه نظیرنظیره مساوی زاویه‌لری محیط اولان ضلعلر متناسب اوله

٢ اشکال متشابههٔ ضلع نظیرلری اولدرکه نظیرنظیره مساوی اولان زوایه‌لره وتر واقع اوله

٣ هر ایکی شکل مستقیم الاضلاعک ضلعلرینک متکافیه نسبتی اولدرکه مقدم اول ایله تالی ثانی شکل واحدده واقع اوله

٤ اوچ مقدار متناسبدن وسطده واقع اولانه وسط متناسب تسمیه اولنوب اوچنجیه ثالث متناسب اطلاق اولنور

٥ درت مقدار متناسبدن دردنجیه رابع متناسب تسمیه اولنور

٦ هرنقدر مقادیر علی الولاء متناسب اولسه‌لر اولک ثالثه نسبتی بنه اولک ثانی‌یه نسبتی کبی مثناة بالتکریر دینلور وکذا اولک رابعه نسبتی بنه اولک ثانی‌یه نسبتی کبی مثلثة بالتکریر دینلوب بومنوال اوزره برر برر تزاید ایدر

٧ وسط وطرفین نسبتی اوزره تقسیم اولنمش خط اولدرکه خط مرقوم کلنک قسم اطولنه نسبتی قسم اطول مز بورک قسم اقصرینه نسبتی کبی اوله

✱دعوی ۱ نظری✱

اشكال متوازية الاضلاع ياخود مثلثات بر ارتفاعده واقع اولسه لر
هر برینك نظيرينه نسبتی قاعده لرينك نسبتی كبی اولور

مثلا ابح احد مثلثلری یاخود هح حو متوازی الاضلاعلری
بر ارتفاعده واقع اولسه لر نسبة قاعدة بح الی قاعدة حد كنسبة
مثلث ابح الی مثلث احد یاخود كنسبة متوازی الاضلاع هح
الی متوازی الاضلاع حو اولور* زیرا بد خطی طرفیندن
استقامت اوزره اخراج اولنوب بر طرفندن بح خطنه مساوی
هر قنقی بز زح امثالی قطع وطرف اخرندن حد خطنه مساوی
هر قنقی دط طی یك امثالی دخی قطع اولنه بعده ا نقطه سیله
اشبو نقاط حادثه بینی از اح اط ای لك خطلریله وصل اولندقده
بح بز زح مقدارلری بربرینه مساوی اولدیغندن ابح ابز
ازح مثلثلری دخی بربرینه مساوی اولورلر (٣ لا) امدی بح
قاعده سنك اضعافی حح اولدیغی كبی ابح مثلثنك دخی اولقدر
اضعافی احح مثلثی اولوب وكذا حد قاعده سنك اضعافی حك
اولدیغی كبی احد مثلثنك دخی اولقدر اضعافی احك مثلثی
اولدیغندن حح قاعده سی حك قاعده سندن زائد ایسه احح
مثلثی دخی احك مثلثندن زائد اولور واكر مساوی ایسه مساوی
واكر ناقص ایسه ناقص اولور لكن بح قاعده سیله ابح مثلثنك
هر قنقی اضعاف متساویه لری حح قاعده سیله احح مثلثی اولوب
وكذا حد قاعده سیله احد مثلثنك هر قنقی اضعاف متساویه لری حك
قاعده سیله احك مثلثی اولدیغندن نسبة قاعدة بح الی قاعدة حد
كنسبة مثلث ابح الی مثلث احد اولور (٥ حد) وینه
هح متوازی الاضلاعی ابح مثلثنك ضعفی اولوب (١ لد) حو

دخی احد مثلثنك ضعفی اولدیغندن نسبة مثلث ابج الی مثلث احد كنسبة شكل جه الی شكل جو اولور (ه ٧) امدی انفا اثبات اولندیغی وجهه اوزره قاعدهٔ بج : قاعدهٔ جد :: مثلث ابج : مثلث احد اولدیغندن نسبة قاعدهٔ بج الی قاعدهٔ جد كنسبة شكل جه الی شكل جو اولوب (ه ١١) مطلوب ثابت اولور نتیجه اشكال متوازی الاضلاع یاخود مثلثات ارتفاعات متساویه ده واقع اولسه لر هر برینك نظیر نظیره نسبتی قاعده لرینك نسبتی كبی اولور

✱دعوی ـ نظری✱

قواعد متساویه ده واقع اشكال متوازیة الاضلاع یاخود مثلثاتدن هر برینك نظیر نظیره نسبتی انلرك ارتفاعلرینك نسبتی كبی اولور مثلا اب دهـ قاعدتین متساویتین اوزرنده واقع ابج دهو مثلثلرینك ارتفاعلری جح وط اولسه نسبة مثلث ابج الی مثلث دهو كنسبة ارتفاع جح الی ارتفاع وط اولور ✱ زیرا اب اوزرنه اولا ب نقطه سندن جح خطنه مساوی بی عمودی اخراج اولنوب اشبو عموددن وط خطنه مساوی بك دخی قطع اولنه بعده ای اك بج خطلری وصل اولندقده جح بی خطلری بالعمل بربرنه مساوی اولوب اب دخی مشترك اولدیغندن ابج ابی مثلثلری متساویین اولورلر (٢ ٧) وكذا اب دهـ خطلری بالفرض بربرنه مساوی اولوب وط بك دخی بالعمل متساویین اولدیغندن ابك دهو مثلثلری متساویین اولورلر (٢ ٧) لكن مثلث ابی : مثلث ابك :: خط بی : بك اولدیغندن (ا) نسبة مثلث ابج الی مثلث دهو كنسبة خط بی الی خط بك یعنی كنسبة ارتفاع جح الی ارتفاع وط اولور امدی اشكال متوازیة الاضلاع دخی اشبو قاعده لر ایله اشبو ارتفاعلرده

واقع اولدقده مثلثات مرقومه‌لرك ضعفی اولدیغندن ارتفاعات
مذکوره‌لرك بربرینه نسبتی اشکال متوازیة الاضلاعلك دخی
بربرینه نسبتی کبی اولوب (٥ ج) مطلوب ثابت اولور

نتیجه ۱ مثلثات متساویه‌نك قاعده‌لری مساوی اولسه انلرك
ارتفاعلری دخی مساوی اولور واگر ارتفاعلری مساوی اولسه
انلرك قاعده‌لری دخی مساوی اولور

نتیجه ۲ اشبو دعوی ایله دعوای مقدمدن معلوم درکه
مستطیللرك برضلعی مساوی اولسه اخر ضلعلرك بربرینه
نسبتی مستطیللرك بربرینه نسبتی کبی اولور

❋دعوی ٣ نظری❋

هر مثلثك داخلنده رسم اولنان خط مستقیم برضلعنه موازی اولسه
خط مرقوم ضلعین اخرینی علی وجه التناسب تقسیم ایدر واگر ضلعین
اخرینی علی وجه التناسب تقسیم ایلسه خط مزبور ضلع باقی‌یه موازی
اولور مثلا اب ج مثلثنك داخلنده رسم اولنان د ه خطی ب ج ضلعنه
موازی اولسه نسبة اد الی د ب کنسبة اه الی ه ج اولور * زیرا
ب ه ج د خطلری وصل اولندقده حادث اولان د ب ه د ج ه
مثلثلری د ه ب ج خطین متوازیین بیننده د ه قاعده‌سی اوزرنده
واقع اولدقلرندن بربرینه مساوی اولورلر (۱۸) امدی مقادیر
متساویه‌دن هر برینك مقدار واحده اخره نسبتلری مساوی اولدیغندن
(٥ ط) د ب ه د ج ه مثلثلرینك د اه مثلثنه نسبتلری
مساوی اولور لکن بر ارتفاعده واقع اولان مثلثلرك بربرینه
نسبتی انلرك قاعده‌لرینك بربرینه نسبتی کبی اولدیغندن
(۱) نسبة د ب الی د ا کنسبة مثلث د ب ه الی مثلث د اه
اولور وکذا ه ج : ه ا :: مثلث د ج ه : مثلث د اه

اولوب نسبة ى ب الى ى ا كنسبة هـ ح الى هـ ا اولديغندن (٥ نا) عكس طريقيله دخى ا ى : ى ب :: ا هـ : هـ ح اولورونه ا ب ا ح ضلعلرى ى هـ نقطه لرنده على وجه التناسب تقسيم اولنوب بينى وصل اولندقده ى هـ ب ح خطلرى متوازيين اولورلر * زيرا ب هـ ح ى خطلرى وصل اولندقده نسبة ى ب الى ى ا كنسبة مثلث ى هـ ب الى مثلث ى هـ ا اولوب (ا) هـ ح : هـ ا :: مثلث هـ ى ح : مثلث ى هـ ا اولور (ا) امدى نسبة ى ب الى ى ا كنسبة هـ ح الى هـ ا بالعمل اولديغندن مثلث ى هـ ب : مثلث ى هـ ا :: مثلث ى هـ ح : مثلث ى هـ ا اولور (٥ نا) لكن مقادير دن هر برينك مقدار واحد آخره نسبتلرى مساوى اولسه مقادير مرقومه لر دخى بربرينه مساوى اولديغندن (٥ ب) ى هـ ب هـ ى ح مثلثلرى متساويين اولورلر امدى اشبو متساويين اولان مثلثلر ى هـ قاعده سى اوزرنده واقع اولدقلرندن انلرك ارتفاعلرى دخى مساوى اولمغين (نتيجه ٥) ى هـ ب ح خطلرى متوازيين اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه * مثلث مذكوردن ضلعين مرقومينك بربرينه نسبتى هر فنقى ايكى قسملرينك بربرينه نسبتى كبى اولوب (٥ نو ، نه) مرقوم ضلعلرك قسم نظيرلرى دخى متناسب اولورلر (٥ نه)

دعوى ٤ نظرى

رأس مثلثده واقع زاويه برخط مستقيم ايله تنصيف اولنسه اول خطك قاعده دن قطع ايلديكى قسملرينك بربرينه نسبتى زاويۀ مرقومه يى محيط اولان ضلعلرك بربرينه نسبتى كبى اولور واكر قاعده قسملرينك بربرينه نسبتى باقى ضلعلرك بربرينه نسبتى كبى اولسه زاويۀ مذكوره خط مرقوم ايله تنصيف اولنور

مثلا ا ب ح مثلثنك راسنده واقع ب ا ح زاويه سى ا ى خطيله تنصيف اولنسه خط مرقوم ب ح قاعده سندن قطع ايلديكى ب ى

قسمنك د ح قسمنه نسبتى ـ ا ضلعنك اح ضلعنه نسبتى كبى اولور
زيرا * ـ ا ضلعى ا جهتنه استقامت اوزره اخراج اولنوب ح
نقطه سندن د ا خطنه موازى ح هـ دخى رسم اولندقده (١ كر)
ا ح خطى د ا ح هـ خطين متوازيينى قطع ايلديكندن حادث اولان
ا ح هـ ح ا د زاويه لرى متساويتين اولوب (٧١) ح ا د زاويه سى
ـ ا د زاويه سنه بالفرض مساوى اولديغندن ـ ا د ا ح هـ زاويه لرى
دخى متساويتين اولورلر وكذا ـ هـ خطى ا د هـ ح خطين متوازيينى
قطع ايلديكندن حادث اولان ـ ا د ا هـ ح زاويه لرى متساويتين
اولوب (١ ٧) ا ح هـ زاويه سى ـ ا د زاويه سنه مساوى اولديغندن
ا ح هـ زاويه سى ا هـ ح زاويه سنه ا هـ ضلعى دخى ا ح ضلعنه
مساوى اولور (١ و) امدى ـ هـ ح مثلثنك داخلنده واقع ا د
خطى مثلث مرقومك هـ ح ضلعنه موازى اولديغندن نسبة ـ د
الى د ح كنسبة ـ ا الى ا هـ اولور (ح) ياخود ا هـ ا ح متساويين
اولديغندن ـ د : د ح :: ـ ا : ا ح اولور واكر نسبة ـ د الى د ح
كنسبة ـ ا الى ا ح اولسه ـ ا ح زاويه سى ا د خطيله تنصيف
اولنور * زيرا عمل اول بنا اولندقده نسبة ـ د الى د ح كنسبة ـ ا
الى ا ح بالفرض اولديغندن ـ د : د ح :: ـ ا : ا هـ اولوب
(ح) نسبة ـ ا الى ا ح كنسبة ـ ا الى ا هـ دخى اولمغله ا ح ا هـ
متساويين اولوب (٥ ـ) ا هـ ح زاويه سى ا ح هـ زاويه سنه مساوى
اولور (١ ٥) امدى ا هـ ح ـ ا د زاويه لرى متساويتين اولوب
(١ ٧) ا ح هـ ح ا د زاويه لرى دخى متساويتين اولديغندن (١ ٧)
ـ ا د زاويه سى ح ا د زاويه سنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوى ٤ نظرى *

بر مثلثك زوايا سى مثلث آخر زوايا سنه نظير بنظيره مساوى اولسه لر

مساوی زاویه لری محیط اولان ضلعلری متناسب اولورلر و اکر
زوایای مرقومه یی محیط اولان ضلعلر متناسب اولسه لر اول
مثلثلرك زوایاسی دخی نظیر نظیره مساوی اولورلر

مثلا زوایاسی نظیر نظیره مساوی اولان ا ب ح د ه و مثلثلرنده
مساوی زاویه لر ا ح ه د و اولسه لر انلری محیط اولان ضلعلر یعنی
نسبة ا ب الی ا ح کنسبة د ه الی د و اولور * زیرا د ه ضلعنه
مساوی ا ر قطع د و ضلعنه مساوی ا ح دخی قطع اولنوب ر ح
وصل اولندقده حادث اولان ا ح ر مثلثنك ا ر ا ح ضلعلری د ه
مثلثنك د ه د و ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی اولوب ا زاویه سی
د زاویه سنه مساوی اولدیغندن ا ر ح زاویه سی دخی د ه و
زاویه سنه مساوی اولور (ا ٤) لکن د ه و زاویه سی ا ب ح
زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن ا ر ح زاویه سی دخی ا ب ح
زاویه سنه مساوی اولوب ر ح ب ح خطلری متوازیین اولورلر
(١ ع) امدی ر ح ب ح خطلری متوازیین اولدیغندن
نسبة ا ب الی ا ح کنسبة ا ر الی ا ح اولوب (نتیجه) ا ر خطی د ه
خطنه ا ح دخی د و خطنه بالعمل مساوی اولمغین ا ب : ا ح :: د ه
: د و اولور و اکر نسبة ا ب الی ا ح کنسبة د ه الی د و یاخود
نسبة ا ب الی ب ح کنسبة د ه الی ه و اولسه ا ب ح مثلثنك
زوایاسی د ه و مثلثنك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولورلر * زیرا
عمل اول بنا اولندقده نسبة ا ب الی ا ح کنسبة ا ر الی ا ح بالفرض
اولدیغندن ر ح ب ح متوازیین اولوب (ح) ا ر ح مثلثنك زوایاسی
ا ب ح مثلثنك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولورلر امدی وجه
مشروح اوزره نسبة ا ب الی ب ح کنسبة ا ر الی ر ح اولوب
ا ب : ب ح :: د ه : ه و بالفرض اولدیغندن نسبة ا ر الی ر ح
کنسبة د ه الی ه و اولورلر لکن ا ر ضلعی د ه ضلعنه بالعمل

مساوی

مساوی اولدیغندن رح دخی هو ضلعنه مساوی اولدیله (ه ـ)
ده و مثلثنك زوایاسی ارح مثلثنك زوایاسنه (ر) یاخود اـ ح
مثلثنك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✱ دعوی و نظری ✱

هر قنغی مثلثدن برزاویه مثلث آخردن برزاویه یه مساوی اولوب
اولزاویه لری محیط اولان ضلعلر متناسب اولسه لر اول مثلثلرك
زوایاسی نظیر نظیره مساوی اولورلر

مثلا اـ ح مثلثندن ا زاویه سی ده و مثلثندن د زاویه سنه مساوی
اولوب نسبة اـ الی اح كنسبة ده الی دو اولسه اول مثلثلرك زوایاسی
نظیر نظیره مساوی اولورلر زیرا ده ضلعنه مساوی ار قطع دو
ضلعنه مساوی اح دخی قطع اولنوب رح وصل اولندقده ار اح
ضلعلری ده دو ضلعلرینه بالعمل مساوی اولوب ا زاویه سی د
زاویه سنه بالفرض مساوی اولدیغندن رح دخی هو ضلعنه
مساوی اولمغین ارح مثلثی ده و مثلثنه مساوی اولور (ای) امدی
نسبة اـ الی اح كنسبة ار الی اح بالفرض اولدیغندن رح ـ ح
خطلری متوازیین اولوب (ح) ارح زاویه سی اـ ح زاویه سنه
اح ر زاویه سی اح ـ زاویه سنه مساوی اولمغین (١٩) اـ ح
مثلثنك زوایاسی ارح مثلثنك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولدیغندن
ده و مثلثنك زوایاسنه دخی مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

✱ دعوی ر نظری ✱

هر مثلث قائم الزاویه نك زاویه قائمه سندن وتری اوزرینه
اخراج اولنان عمود وتر مرقومك قسملری بینده وسط متناسب
اولوب زاویه قائمه یی محیط اولان ضلعلردن هر بری وتر قائمه ایله

قسم مجاورلری بیننده وسط متناسب اولورلر
مثلا ا ب مثلث قائم الزاویه نك ح زاویهٔ قائمه سندن ا ب وتری اوزرینه اخراج اولنان ح ی عمودی وتر مرقومك ا ی ی ب قسملری بیننده وسط متناسب اولوب زاویهٔ مرقومه یی محیط اولان ضلعلردن ا ح ضلعی ا ب ا ی بیننده ب ح ضلعی دخی ا ب ب ی بیننده وسط متناسب اولورلر* زیرا ب ی ح ا ح ب زاویه لری متساویتین اولوب (ا ح) ب زاویه سی زاویهٔ مشترکه اولدیغندن ی ب ح مثلثنك زوایاسی ا ب ح مثلثنك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولورلر (نتیجه) وبو مثلو اثبات اولنورکه ا ی ح مثلثنك زوایاسی ا ب ح مثلثنك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولمغین ا ی ح ب ی ح مثلثلرینك زوایاسی دخی نظیر نظیره مساوی اولورلر امدی بر مثلثك زوایاسی مثلث اخر زوایاسنه مساوی اولسه اولزاویه لری محیط اولان ضلعلر دخی متناسب اولدیغندن (٨) نسبة ا ی الی ح ی کنسبة ح ی الی ی ب اولور وکذا ا ی ح ب ی ح مثلثلرندن هر برینك زوایاسی ا ب ح مثلثنك زوایاسنه نظیر نظیره مساوی اولدیغندن نسبة ا ب الی ا ح کنسبة ا ح الی ا ی اولمغین ا ب : ب ح :: ب ح : ب ی اولوب (٨) مطلوب ثابت اولور نتیجه ا ح ب نصف دائره سی رسم اولنوب هر قنقی ح نقطه سندن ا ب قطری اوزرینه اخراج اولنان ح ی عمودی ا ی ی ب خطلری بیننده وکذا ا ح وتری ا ب ا ی خطلری بیننده وکذا ب ح وتری ا ب ب ی خطلری بیننده وسط متناسب اولورلر

دعوی ح عملی

هر ایکی خط مستقیم معلوم ایچون ثالث متناسب استخراجنك طریقیدر
مثلا ا ب خطلری ایچون ثالث متناسب استخراجی مراد اولنسه اولا ح نقطه سنده بر زاویه احداث ایلمك شرطیله ح و ح ر خط

غیر محدودلری رسم اولنوب ا خطنه مساوی حء قطع ب
خطنه مساوی حھ وءو خطلری دخی قطع اولنه بعده ء
ھ نقطه لری بینی وصل اولنوب ءھ خطنه موازی ور
دخی رسم اولنسه‌قده ھر خطی ثالث متناسبا اولور * زیرا
حور مثلثنده ور ءھ خطلری بالعمل متوازیین اولدیغندن
نسبتحء الی ءو کنسبة حھ الی ھر اولوب (ح) ءو خطی دخی بالعمل
حھ خطنه مساوی اولدیغندن نسبة حء الی حھ کنسبة حھ الی ھر
اولور امدی حء خطی ا خطنه حھ دخی ب خطنه بالعمل مساوی
اولدیغندن نسبة ا الی ب کنسبة ب الی ھر اولوب مطلوب ثابت اولور
تنبیه بوندن اقدم مذکر اولنان دعوی ایله دخی ثالث متناسب استخراجی
ممکندر

* دعوی ط عملی *

ھر اوچ خط مستقیم معلوم ایچون رابع متناسب استخراجنک طریقیدر
مثلا ا ب ح خطلری ایچون رابع متناسب استخراجی مراد اولنسه
اولا ء نقطه سنده برزاویه احداث ایلمک شرطیله ءز ءح خط
غیر محدودلری رسم اولنوب ءھ خطی ا خطنه ءو خطی ب
خطنه ھر خطی ح خطنه مساوی قطع اولنه بعده ھو نقطه لری
وصل اولنوب ھو خطنه موازی رح دخی رسم اولنسه‌قده
وح خطی رابع متناسب اولور * زیرا ءرح مثلثنده ھو رح
خطلری متوازیین اولدیغندن نسبة ءھ الی ءو کنسبة ھر
الی وح اولور (نتیجه) امدی ءھ خطی ا خطنه ءو دخی
ب خطنه ھر دخی ح خطنه بالعمل مساوی اولدیغندن
نسبة ا الی ب کنسبة ح الی وح اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوی ی عملی *

ھر ایکی خط مستقیم معلوم بیننده وسط متناسب استخراجنک طریقیدر

مثلا ا ب خطلری بینده وسط متناسب استخراجی مراد اولنسه اولا جر خط مستقیم غیر محدودی رسم اولنوب اوزرنده ا ب خطنه مساوی جه قطع ب خطنه مساوی هی دخی قطع اولنه بعده جی خطی اوزرینه جوی نصف دائره سی رسم اولنوب ه نقطه سندن محیطه قدر اخراج اولنان هو عمودی خطین مرقومین بیننده وسط متناسب اولور* زیرا جو وی وصل اولندقده جوی نصف دائره اولدیغندن جوی زاویه سی قائمه اولوب (٣١) جوی مثلثی قائم الزاویه اولور امدی زاویهٔ قائمه دن وتری اوزرینه اخراج اولنان عمود وترمرقومك قسملری بیننده وسط متناسب اولدیغندن (ر) هو خطی جه هی خطلری بیننده وسط متناسب اولوب جه خطی ا ب خطنه هی دخی ب خطنه مساوی اولدیغندن هو خطی ا ب خطلری بیننده وسط متناسب اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ما عملی

بر خط مستقیم معلومی بر وجهله ایکی قسمه تقسیم ایتمك مراد اولنسه که قسملرك بر برینه نسبتی آخر ایکی خط مستقیمك بر برینه نسبتی کبی اوله مثلا جی خط مستقیم معلومی بر وجهله ایکی قسمه تقسیم ایتمك مراد اولنسه که قسملرك بر برینه نسبتی ا ب خطین مستقیمین آخرینك بر برینه نسبتی کبی اوله طریقی اولدر که اولا ج نقطه سندن جی خطیله بر زاویه احداث ایلمك شرطیله جر خط غیر محدودی رسم اولنوب ا خطنه مساوی جو قطع ب خطنه مساوی ور دخی قطع اولنه بعده ری وصل اولنوب انکا موازی وه دخی رسم اولندقده جی خط معلومی ه نقطه سنده مطلوب اوزره تقسیم اولنور* زیرا جری مثلثنده وه ری خطلری متوازیین اولدیغندن نسبت جه الی هی

کنسبة حو الی وز اولور (ح) امدی حو خطی ا خطنه ور دخی ب خطنه بالعمل مساوی اولدیغندن نسبة حه الی هی کنسبة ا الی ب اولوب (ه ط) مطلوب ثابت اولور

تنبیه اشبو طریق ایله بر خط مستقیم معلومك مثلا حی خطنك ثلثی ویا ربعی ویا آخر بر جزئی اخذ ایتمك ممکندر زیرا حی خطی جزء مطلوبك اضعافی اولدیغی کبی حز دخی حو خطنك اولقدر اضعافی اولمق اوزره اعمال اولنوب زی وه خطلری وجه سابق مثللو رسم اولندقده حه خطی جزء مطلوب اولور

دعوی ب نظری

اکر درت خط مستقیم متناسب اولسه لر طرفینك مستطیلی وسطینك مستطیلنه مساوی اولور واکر طرفینك مستطیلی وسطینك مستطیلنه مساوی اولسه اول درت خط متناسب اولورلر

مثلا نسبة اب الی حی کنسبة ه الی و اولسه اب و مستطیلی حی ه مستطیلنه مساوی اولور * زیرا اب خطی اوزرینه اولا ب نقطه سندن و خطنه مساوی بر عمودی اخراج اولنوب حی خطی اوزرینه دخی ی نقطه سندن ه خطنه مساوی یح عمودی اخراج اولنه بعده یح خطندن بر خطنه مساوی یط قطع اب رل حیحک مستطیللری دخی تکمیل اولنوب یح خطنه موازی طه رسم اولندقده نسبة مستطیل ار الی مستطیل حوط کنسبة قاعدة اب الی قاعدة حی اولوب (نتیجه) وکذا نسبة اب الی حی کنسبة ه الی و یاخود بالعمل انلره مساوی اولان کنسبة یح الی یط اولدیغندن مستطیل ار : مستطیل حوط :: خط یح : خط یط اولور (ه با) لکن قواعد متساویه ده واقع اولان مستطیللرك بر برینه نسبتی انلرك ارتفاعلرینك

نسبتی کبی اولدیغندن (ب) نسبة مستطیل حج الی مستطیل حط کنسبة خط ح الی خط ط اولوب مستطیل اد : مستطیل حط :: مستطیل حج : مستطیل حط اولور (ه ۱۱) امدی مقادیردن هر برینك مقداری واحد آخره نسبتلری مساوی اولسه مقادیر مرقومه لر دخی بربرینه مساوی اولمقله (ه ح) اد مستطیلی حج مستطیلنه مساوی اولور واکر طرفین مستطیلی اولان اد وسطین مستطیلی اولان حج شکلنه مساوی اولسه نسبة ا الی حد کنسبة ه الی و اولور زیرا عمل اول بنا اولندقده ار تفاعات متساویه ده واقع اولان مستطیللرك بربرینه نسبتی انلرك قاعده لرینك بربرینه نسبتی کبی اولدیغین (نتیجه ۱ ه) نسبة مستطیل اد الی مستطیل حط کنسبة خط ا الی خط و اولوب اد حج مستطیللری بالفرض متساوبین اولدیغندن نسبة مستطیل حج الی مستطیل حط کنسبة خط ا الی خط و اولور (ه ط) لکن نسبة مستطیل حج الی مستطیل حط کنسبة خط ح الی خط ط یاخود ر اولدیغندن (نتیجه ۱ ه) ا : حد :: ح : ر اولور (ه ۱۱) امدی دح خطی ه خطنه ر خطی و خطنه مساوی اولدیغندن نسبة ا الی حد کنسبة ه الی و اولوب (ه ط) مطلوب ثابت اولور

✱ دعوی ۶ نظری ✱

اکر اوج خط مستقیم متناسب اولسه لر طرفینك مستطیلی وسطك مربعنه مساوی اولور واکر طرفینك مستطیلی وسطك مربعنه مساوی اولسه اول اوج خط متناسب اولورلر

مثلا نسبة ا الی حد کنسبة حد الی ه اولسه ا ه خطلرینك مستطیلی حد خطنك مربعنه مساوی اولور زیرا ا خطی اوزرینه ب نقطه سندن ه خطنه مساوی ط

عمودی اخراج اولنوب اط مستطیلی تکمیل اولنه بعده حو خطی اوزرینه دخی حد مربعی اعمال اولنوب حو خطنه مساوی و خطی دخی اخذ اولندقده حو و خطلری متساویین اولوب نسبة ا ب الی حو کنسبة حو الی هـ بالفرض اولدیغندن ا ب : حو :: و : هـ اولوب اشبو درت خط مستقیم متناسب اولمغین طرفین اولان ا ب هـ خطلرینک مستطیلی وسطین اولان حو و خطلرینک مستطیلنه مساوی اولور (ب) مدی حو و خطلری بالعمل متساویین اولدیغندن حو و خطلرینک مستطیلی حو خطنک مربعنه مساوی اولمغین ا ب هـ مستطیلی دخی حو مربعنه مساوی اولور واکر ا ب هـ مستطیلی حو مربعنه مساوی اولسه نسبة ا ب الی حو کنسبة حو الی هـ اولور زیرا عمل اول بنا اولندقده ا ب هـ مستطیلی حو مربعنه بالفرض مساوی اولدیغندن حو خطنک مربعی حو و خطلرینک مستطیلنه مساوی اولوب (م ب) ا ب هـ مستطیلی حو و مستطیلنه مساوی اولور امدی طرفینک مستطیلی وسطینک مستطیلنه مساوی اولان درت خط مستقیم متناسب اولمغین (ب) نسبة ا ب الی حو کنسبة و الی هـ اولوب حو و خطلری دخی بالعمل متساویین اولدیغندن نسبة ا ب الی حو کنسبة حو الی هـ اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى مد نظرى

نظیر نظیره مساوی اولان اشکال متوازیة الاضلاع یاخود مثلثاتده مساوی زاویه لری محیط اولان ضلعلر متکافیه متناسب اولورلر واکر مساوی زاویه لری محیط اولان ضلعلر بر برینه نسبتی متکافیه اولسه اشکال متوازیة الاضلاع یاخود مثلثات نظیر نظیره مساوی اولورلر مثلا ا ب احو متوازی الاضلاعلری یاخود ءوا اهـر مثلثلری

نظیر نظیره مساوی اولوب د او زاویه سی ر ا ه زاویه سنه
مساوی اولسه نسبة د ا الی ا ه کنسبة ا ر الی ا و متکافیه اولور
* زیرا د ا ا ه ضلعلری بربرینه استقامت اوزره متصل اولوب
ا ح متوازی الاضلاعی دخی تکمیل اولنسه‌ده د ا و و ا ه
زاویه لری مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولوب (۱ ع) و ا ه
زاویه سی د ا ر زاویه سنه مساوی اولدیغندن (ا ته) د ا و د ا ر
زاویه لری مجموعی دخی ایکی قائمه یه مساوی اولمغین و ا ر خطی
خط واحد مستقیم اولور (ا ید) امدی ا ب ا ح متوازی الاضلاعلری
بالفرض متساویین اولوب ا ح دخی دیکر متوازی الاضلاع
اولدیغندن نسبة متوازی الاضلاع ا ب الی متوازی الاضلاع ا ح
کنسبة متوازی الاضلاع ا ح الی متوازی الاضلاع ا ح اولور
(ه ط) لکن نسبة ا ب الی ا ح کنسبة د ا الی ا ه اولوب (ا)
وکذا نسبة ا ح الی ا ح کنسبة ا ر الی ا و اولدیغندن د ا : ا ه
:: ا ر : ا و اولور (ه یا) ودخی و ه خطی وصل اولندقده
بو مثلوا اثبات اولنور که نسبة مثلث د ا و الی مثلث ا و ه کنسبة
مثلث ر ا ه الی مثلث ا و ه اولدیغندن د ا : ا ه :: ا ر : ا و
متکافیه اولور واکر د ا و زاویه سی ر ا ه زاویه سنه مساوی اولوب
نسبة ضلع د ا الی ضلع ا ه کنسبة ضلع ا ر الی ضلع ا و
متکافیه اولسه ا ب ا ح متوازی الاضلاعلری یاخود د ا و ر ا ه
مثلثلری نظیر نظیره مساوی اولورلر * زیرا نسبة د ا الی ا ه
کنسبة ا ر الی ا و بالفرض اولوب د ا : ا ه :: ا ب : ا ح
اولدیغندن (ا) نسبة ا ر الی ا و کنسبة ا ب الی ا ح اولور (ه یا)
لکن نسبة ا ر الی ا و کنسبة ا ح الی ا ح اولدیغندن (ا)
ا ب : ا ح :: ا ح : ا ح اولمغین ا ب متوازی الاضلاعی ا ح متوازی
الاضلاعنه مساوی اولور (ه ب) امدی قاعده واحده اوزرنده

وبر

وبرار تقاعده بولنان مثلثلر متوازی الاضلاعلرك نصفی اولدیغندن
داو مثلثی راهـ مثلثنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه اكر مستطیللر بربرینه مساوی اولسه لر آنلرك
ضلعلری متكافیه اولورلر واكر مستطیللرك ضلعلری
متكافیه اولسه لر مستطیللر دخی بربرینه مساوی اولورلر

دعوی عملی

برخط مستقیم محدود اوزرنده وضعی معلوم اولان برشكل مستقیم
الاضلاعه وضعده مشابه اخر برشكل مستقیم الاضلاع رسم ایتمك طریقدر
مثلا اب خط مستقیم محدودی اوزرنده وضعی معلوم اولان
جدهور شكل مستقیم الاضلاعه وضعده مشابه آخر برشكل
مستقیم الاضلاع رسم ایتمك مراد اولنسه اولا در دو وصل
اولنوب اب نقطه لرنده دجر جدر زاویه لرینه نظیر نظیره
مساوی باح ابح زاویه لری رسم اولنه بعده بح نقطه لرنده
دخی ردو درو زاویه لرینه نظیر نظیره مساوی حبط بحط
زاویه لری رسم اولنوب دوهـ ودهـ زاویه لرینه نظیر نظیره مساوی
بطح طبح زاویه لری دخی رسم اولندقده حاصل اولان
مثلثلرك هربرنده واقع ایكی زاویه نظیری اولان مثلثلرك هربرندن
ایكی زاویه یه مساوی اولدیغندن باقی قلان زاویه لر دخی بربرینه
مساوی اولورلر (١ نتیجه ٤) امدی اح بحط زاویه لری
مجموعی جدر درو زاویه لری مجموعنه مساوی اولوب حط
بطح زاویه لری مجموعی دخی روی دوهـ زاویه لری مجموعنه
مساوی اولدیغندن احط زاویه سی جدو زاویه سنه حطح
زاویه سی دخی روهـ زاویه سنه مساوی اولور وبو مثللو اثبات
اولنوركه طحب حبا باح زاویه لری وهد هدج دجر

زاویه‌لرینه علی الترتیب مساوی اولدیغندن ا ح ط ب شکلی د ز ه و شکلنه وضعده مشابه اولوب اشبو بربرینه علی الترتیب مساوی اولان زاویه‌لری محیط اولان ضلعلردخی متناسب اولورلر زیرا * ا ب ح د ز مثلثلری متشابهین اولدیغندن ا ب : ب ح :: د ز : ز و (۷) یاخود ا ب : د ز :: ب ح : ز و اولوب (٥ ه) وکذا ب ط : ب ح :: ز ی : ز و (۷) یاخود ب ط : ز ی :: ب ح : ز و اولور (٥ ه) امدی نسبة واحده‌یه مساوی اولان نسبتلر بربرینه مساوی اولدقلرندن (٥ ا) ا ب : د ز :: ب ط : ز ی یاخود ا ب : ب ط :: د ز : ز ی اولور (٥ ه) وبوبالمثل اثبات اولنورکه ط ح ب ا زاویه‌لرینی محیط اولان ضلعلر ایله و ه د ح زاویه‌لرینی محیط اولان ضلعلر متناسب اولمغین ا ب خط مستقیم محدودی اوزرنده رسم اولنان ا ح ط ب شکلی معلوم الوضع اولان د ز ه و شکلنه وضعده مشابه اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوی نو نظری *

هر قنغی مربعلرک بربرینه نسبتی انلرک ضلعلرینک بربرینه نسبتی کبیدر مثناة بالتکریر

مثلا ا ح د و مربعلرینک ضلعلری ا ب د ه اولسه مرقوم مربعلرک بربرینه نسبتی ا ب د ه ضلعلرینک بربرینه نسبتی کبیدر مثناة بالتکریر * زیرا ا ب د ه خطلری ایچون اولا ر خطی ثالث متناسب اخذ اولنوب (ح) ا ب ضلعی ب جهتنه استقامت اوزره اخراج اولنه بعده ر خطنه مساوی ا ح قطع اولنوب ا ط مستطیلی دخی تکمیل اولندقده ا ب د ه ا ح اشبو اوج خط علی الولاء متناسب اولدقلرنده ا ب ا ح مستطیلی یعنی ا ط شکلی د و مربعنه مساوی اولور (۷) امدی ا ط د و متساویین اولوب نسبة ا ح الی ا ط کنسبة ا ب

الی ا ح

الی اح اولدیغندن (نتیجه) نسبة مربع اح الی مربع دو کنسبة اب
الی اح اولور (٥ط) وکذا اح خطی بالعمل د خطنه مساوی
اولدیغندن نسبة مربع اح الی مربع دو کنسبة اب الی ز یعنی کنسبة
اب الی ده متساة بالتکریر اولوب (حد ٦) مطلوب ثابت اولور

* دعوی د نظری *

هر مثلثات متشابهه نك بربرینه نسبتی آنلرك ضلع نظیرلری مربعلرینك
نسبتی کبیدر یعنی اول ضلعلرك بربرینه نسبتی متساة بالتکریر اولور
مثلا ابح دهو مثلثین متشابهینك ضلع نظیرلری اب ده
اولسه لر نسبة مثلث ابح الی مثلث دهو کنسبة مربع اب الی مربع
ده اولور * زیرا اب ده ضلعلری اوزرینه اح دل
مربعلری رسم ط هک خطلری وصل اولنوب حر وح
عمودلری دخی اخراج اولندقده ابح دهو مثلثلری بالفرض
متشابهین اولدیغندن نسبة اح الی اب کنسبة دو الی ده (حد ١)
یاخود بدل طریقیله اح : دو :: اب : ده اولور (٥ ب) وکذا
ارح دحو مثلثلری متشابهین اولدیغندن نسبة اح الی حر
کنسبة دو الی وح (لا) یاخود اح : دو :: حر : وح اولور
(٥ ب) امدی نسبة واحده یه مساوی اولان نسبتلر بربرینه
مساوی اولدقلرندن (٥ ا) نسبة حر الی وح کنسبة اب الی ده
یاخود حر : اب :: وح : ده اولور (٥ ب) لکن قواعد
متساویه اوزرنده واقع اولان مثلثلرك بربرینه نسبتی آنلرك
ارتفاعلرینك نسبتی کبی اولدیغندن (ب) نسبة مثلث ابح
الی مثلث اطب کنسبة حر الی اط یعنی الی اب اولور وبو مثللو
اثبات اولنورکه نسبة مثلث دهو الی مثلث دکه کنسبة وح
الی دک یعنی الی ده اولوب آنقا مرور ایلدیکی وجهه اوزره

اولور * زيرا دا اهـ ضلعلرى استقامت اوزره وضع اولنوب اح
متوازى الاضلاعى دخى تكميل اولندقده داو واهـ زاويه لرى مجموعى
ايكى قائمه يه مساوى اولوب (١ ٩) واهـ زاويه سى دار زاويه سنه
مساوى اولديغندن (١ ٨) داو دار زاويه لرى مجموعى دخى ايكى
قائمه يه مساوى اولوب وار خطى خط واحد مستقيم اولور (١ مد)
امدى نسبة اب الى اح كنسبة اى الى اهـ اولوب (ا) وكذا اى :
اهـ :: مستطيل اى او : مستطيل اهـ او اولديغندن (نتيجه ٣)
نسبة اب الى اح كنسبة مستطيل اى او الى مستطيل اهـ او اولور
(١٥) وبو مثللو اثبات اولنور كه نسبة اح الى اح كنسبة مستطيل ار
اهـ الى مستطيل اهـ او اولديغندن اب : اح :: مستطيل اى او :
مستطيل ار اهـ اولور (٥ ماده) وبنه دوا اهر مثلثلرنده داو
راهـ زاويه لرى متساويتين اولسه لر نسبة مثلث دوا الى مثلث اهر
كنسبة مستطيل دا او الى مستطيل را اهـ اولور * زيرا دا اهـ
ضلعلرى استقامت اوزره وضع اولنوب اب اح اح متوازى
الاضلاعلرى تكميل اولندقده آنفا اثبات اولنديغى وجه اوزره
نسبة اب الى اح كنسبة مستطيل دا او الى مستطيل را اهـ اولور
امدى دوا اهر مثلثلرى اب اح متوازى الاضلاعلرك نصفلرى
اولديغندن (١ لـ) نسبة مثلث دوا الى مثلث اهر كنسبة مستطيل
دا او الى مستطيل را اهـ اولوب (٥ ٩) مطلوب ثابت اولور
تنبيه اكر هو وصل اولنورا يسه اشبو دعوانك قسم
اخيرى قسم اوله محتاج اولمقسزين فقط مثلثلر ايله اثبات اولنور

دعوى ك تلرى

هر ايكى صنف متناسبلردن تطير نظيره اولان خطلرك
مستطيللرى ينه متناسب اولورلر

مثلا

مثلا ا : حب :: ده : وه اولوب وكذا رح : رط :: ےك : ےل اولسه اشبو ايكى صنف متناسبلردن نسبة مستطيل ا ـ رح الى مستطيل حب رط كنسبة مستطيل ده ےك الى مستطيل وه ےل اولور * زيرا ا ده اوزرلرينه رط ےل خطلرينه مساوى ـ ۃ هع عمودلرى اخراج اولنوب عمودين مرقومينڭ رح ےه خطلرينه مساوى ـم هس قطع اولنه بعده ام حۃ دس وع متوازى الاضلاعلرى تكميل اولنوب بر ارتفاعده واقع اولان متوازى الاضلاعلرڭ بربرينه نسبتى انلرڭ قاعدهلرينڭ بربرينه نسبتى كبى اولديغندن (ا) ام : حم :: ا : حب اولوب وكذا دس : وس :: ده : وه اولور لكن ا : حب :: ده : وه بالفرض اولديغندن ام : حم :: دس : وس اولوب (٥ ١١) بدل طريقيله دخى ام : دس :: حم : وس اولور (٥ ١٦) امدى قواعد متساويهده واقع اولان متوازى الاضلاعلرڭ بربرينه نسبتى انلرڭ ارتفاعلرينڭ بربرينه نسبتى كبى اولديغندن (ب) حم : حۃ :: ـم : ـۃ اولوب وكذا وس : وع :: هس : هع اولور يا خود ـم ـۃ خطلرى رح رط خطلرينه بالعمل مساوى هس هع خطلرى دخى ےك ےل خطلرينه مساوى اولديغندن حم : حۃ :: رح : رط اولوب وكذا وس : وع :: ےك : ےل اولور (٥ ط) لكن رح : رط :: ےك : ےل بالفرض اولديغندن حم : حۃ :: وس : وع اولوب (٥ ١١) بدل طريقيله دخى حم : وس :: حۃ : وع اولور (٥ ١٦) امدى انفا اثبات اولنديغى وجه اوزره ام : دس :: حم : وس اولديغندن ام : دس :: حۃ : وع اولوب (٥ ١١) بدل طريقيله دخى ام : حۃ :: دس : وع اولور (٥ ١٦) لكن ام شكلى ا ـ رح مستطيلى حۃ شكلى حب رط مستطيلى دس شكلى ده ےك مستطيلى وع شكلى وه ےل مستطيلى اولديغندن نسبة

مستطيل اب دح الى مستطيل حب دط كنسبة مستطيل وه بك الى مستطيل وه بل اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه هر درت خط مستقيم متناسبك مربعلرى دخى متناسب اولورلر

✱ دعوى كا نظرى ✱

اكر درت مربع متناسب اولسەلر انلرك ضلعلرى وقطرلرى دخى متناسب اولورلر

مثلا اح هو حب لم مربعلرى متناسب اولسەلر انلرك ضلعلرى وقطرلرى دخى متناسب اولور ✱ زيرا اب هب حط خطلرى ايچون سه رابع متناسبى استخراج اولنوب (ط) بى طك قطرلرى دخى وصل اولندقده اب : هب :: حط : سه بالعمل اولديغندن نسبة مربع اح الى مربع هو كنسبة مربع حب الى مربع سه اولور (نتيجكه) وكذا اح : هو :: حب : لم بالفرض اولديغندن نسبة مربع حب الى مربع سه كنسبة مربع حب الى مربع لم يعنى الى مربع لط اولور (٥ ١١) امدى مقاديردن هر برينك مقدار واحد آخره نسبتلرى مساوى اولسه مقادير مرقومه لر دخى بربرينه مساوى اولمغين (٥ ب) سه خطنك مربعى لط خطنك مربعنه مساوى اولوب سه خطى لط خطنه مساوى اولور (٢ م) بو اجلدن اب : هب :: حط : لط اولورونه ابى هبر مثلثلري متشابهين اولمغين اب : هب :: بى : بر اولوب حطك لطن مثلثلرى دخى متشابهين اولديغندن حط : لط :: طك : طن اولور (٧) امدى انفا اثبات اولنديغى وجه اوزره اب : هب :: حط : لط اولديغندن بى : بر :: طك : طن اولوب مطلوب ثابت اولور

✱ دعوى كـ عملى ✱

بر خط مستقيم محدودى وسط وطرفين نسبتى اوزره تقسيم ايتمك طريقيدر

مثلا

مثلا اب خط مستقیم محدودنی وسط وطرفین نسبتی اوزره تقسیم ایتمك مراد اولنسه اولا اب اوزرینه اح مربعی رسم اولنوب اد ضلعی ه نقطه سنده تنصیف ـ ه دخی وصل اولنه بعده ه ا خطی استقامت اوزره اخراج اولنوب هب خطنه مساوی ه و قطع او اوزرینه دخی وح مربعی رسم اولندقده اب خطی ح نقطه سنده مطلوب اوزره تقسیم اولنور * زیرا د و خطی هب ه د یاخود هب ه ا خطلرینك مجموعنه مساوی اولوب او خطی انلرك تفاضلنه مساوی اولدیغندن د و وا مستطیلی هب ه ا مربعلرینك تفاضلنه مساوی اولور (٤٧) امدی در شكلی د و وا مستطیلنه مساوی اولوب اب مربعی هب ه ا مربعلرینك تفاضلنه مساوی اولدیغندن (٣ نتیجه سنه) در شكلی اح مربعنه مساوی اولوب اشبو مساویلردن اط مشترکی طرح اولندقده باقی قلان ار ح ح شكللری متساوین اولورلر لكن مساوی متوازی الاضلاعلرك مساوی زاویه لرینی محیط اولان ضلعلرك بربرینه نسبتی متكافیه اولدیغندن (١٤) ح ط : ح ر :: ح ا : ح ب اولور امدی ح ط خطی اد یاخود اب خطنه مساوی اولوب ح ر دخی ح ا خطنه مساوی اولدیغندن اب : ح ا :: ح ا : ح ب اولوب (حد ٧) مطلوب ثابت اولور

✱ دعوى ٤ عملی ✱

برخط مستقیمك نصفی بر مربع ضلعندن اقصر اولمامق شرطیله بولنان خط مرقومی بر وجهله ایكی قسمه تقسیم ایتمك مراد اولنسه كه اول ایكی قسمك مستطیلی مربع مذكوره مساوی اوله

مثلا اب خط مستقیمنك نصفی بر مربع ضلعی اولان ح خطندن اقصر اولمامق شرطیله بولنان مرقوم اب خطنی بر وجهله ایكی قسمه تقسیم ایتمك مراد اولنسه كه اول ایكی قسمك مستطیلی ح مربعنه

مساوی اوله طریقی اولدرکه اولا ا ب اوزرینه ب ا نصف دائره‌سی رسم اولنوب ا ب اوزرینه ب نقطه‌سندن ح خطنه مساوی ب و عمودی اخراج اولنه بعده ا ب خطنه موازی و ی خطی رسم و محیطی قطع ایلدیکی ی نقطه‌سندن ا ب اوزرینه ی ه عمودی اقامه اولندقده ا ب خطی ا ه نقطه‌سنده مطلوب اوزره تقسیم اولنور * زیرا ب ا بالعمل نصف دائره اولوب ی ه دخی ا ب قطری اوزرینه بالعمل عمود اولدیغندن ا ه ه ب مستطیلی ی ه مربعنه مساوی اولور (ر و ح) امدی ی ه خطی و ب خطنه مساوی اولوب (ا ل) و ب دخی بالعمل ح خطنه مساوی اولدیغندن ا ه ه ب مستطیلی ح مربعنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه اگر ا ب خطنك نصفی ب و یاخود ح خطنه مساوی اولسه و ی خطی خط مماس اولوب ا ه ه ب مستطیلی اعظمی اولور

✱ دعوی ٧ عملی ✱

برخط مستقیم محدوده بروجهله خط مستقیم آخر جمع ایتمك مراد اولنسه‌که خطین مرقومین مجموعنك جمع اولنان خط آخره مستطیلی برمربع مفروضه مساوی اوله

مثلا ا ب خط مستقیم محدودنه بروجهله خط مستقیم آخر جمع ایتمك مراد اولنسه‌که خطین مرقومین مجموعنك جمع اولنان خط آخره مستطیلی ح خطنك مربعنه مساوی اوله طریقی اولدرکه اولا ا ب اوزرینه ب نقطه‌سندن ح خطنه مساوی ب ه عمودی اخراج اولنوب ا ب خطی ر نقطه‌سنده تنصیف ر ه دخی وصل اولنه بعده ا ب خطی استقامت اوزره اخراج اولنوب ر ه خطنه مساوی ر ی قطع اولندقده جهة مطلوب اولان خط ب ی خطی اولور * زیرا ا ب اوزرینه او ب نصف دائره‌سی

رسم اولنوب ره خطندن قطع ایلدیکی و نقطه سیله ی نقطه سی بینی وصل اولندقده رهـ مثلثندن ر‌ـ ره ضلعلری ری‌و مثلثندن رو ری ضلعلرینه مساوی اولوب ر زاویه سی مشترکه اولدیغندن ر‌ـه زاویه سی روی زاویه سنه ـه ضلعی وی ضلعنه مساوی اولورامدی ر‌ـه زاویه سی بالعمل قائمه اولدیغندن روی زاویه سی دخی قائمه اولوب وی خطی و نقطه سنده خط مماس اولمغین (٣ ـ) ای ـ ی مستطیلی ی‌و مربعنه یعنی ح مربعنه مساوی اولوب (٣ ـ) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ٩٧ نظری❋

دوائر متساویه نك مرکزلرنده یاخود محیطلرنده واقع زاویه لرك نظیر بنظیره نسبتی انلرك قوسلرینك بربرینه نسبتی کبیدر

مثلا ـ ح ی‌ه‌و مساوی دائره لرك مرکزلرنده اولان ـ رح هح‌و زاویه لری یاخود محیطلرنده واقع ـ اح ه‌ی‌و زاویه لرینك نظیر بنظیره نسبتی ـ ح ه‌و قوسلرینك بربرینه نسبتی کبیدر* زیرا ا ـ ح دائره سنك محیطی اوزرنده ـ ح قوسنك هرقنغی ح ط ط ـ مساوی مقدارلری اخذ و کذا ی‌ه‌و دائره سنك محیطی اوزرنده ه‌و قوسنك هرقنغی وك كل مساوی مقدارلری اخذ اولنوب رط ر ـ ح ك ح‌ل وصل اولندقده ـ ح ح ط ط ـ قوسلری بربرینه مساوی اولدیغندن ـ رح ح‌رط ط‌ر ـ زاویه لری دخی بربرینه مساوی اولوب وکذا ه‌و وك كل قوسلری بربرینه مساوی اولدیغندن ه‌ح‌و وح‌ك ك‌ح‌ل زاویه لری دخی بربرینه مساوی اولورلر (٣ کا) امدی ـ ـ قوسی ـ ح قوسنك هرقنغی اضعافی ایسه ـ ر ـ زاویه سی دخی ـ رح زاویه سنك اولقدر اضعافی اولوب وکذا ه‌ل قوسی ه‌و قوسنك هرقنغی اضعافی ایسه ه‌ح‌ل

زاویه‌سی دخی هحو زاویه‌سنڭ اولقدر اضعافی اولور بو تقدیرجه
بح قوسی هل قوسندن زائد ایسه بدح زاویه‌سی دخی هحل
زاویه‌سندن زائد اولور و اکر مساوی ایسه مساوی و اکر ناقص ایسه
ناقص اولوب بح قوسنڭ هو قوسنه نسبتی بدح زاویه‌سنڭ
هحو زاویه‌سنه نسبتی کبی اولور (۵ حد) و بنه بدح زاویه‌سی باح
زاویه‌سنڭ ضعفی اولوب هحو زاویه‌سی دخی هدو زاویه‌سنڭ
ضعفی اولدیغندن (۳ ید) بح قوسنڭ هو قوسنه نسبتی باح
زاویه‌سنڭ هدو زاویه‌سنه نسبتی کبی اولوب (۱۵ ه) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی کو نظری ❋

هر مثلثڭ راسنده واقع زاویه‌یی تنصیف ایدن خطڭ مربعیله
اولخطڭ قاعده‌دن فصل ایلدیکی قسملرڭ مستطیلی مجموعی
ضلعین باقیین مستطیلنه مساویدر

مثلا ابح مثلثنڭ راسنده واقع احب زاویه‌سنی تنصیف ایدن حد
خطنڭ مربعیله ادب قسملرینڭ مستطیلی مجموعی اح حب مستطیلنه
مساویدر * زیرا ابح مثلثی اوزرینه اهح دائره‌سی رسم اولنوب
(۴ ۵) حد خطی ه نقطه‌سنه دکین اخراج به دخی وصل اولندقده
احد هحب زاویه‌لری بالفرض متساویتین اولوب حاد حهب
زاویه‌لری دخی مساویتین اولدیغندن احد حبه زاویتین باقیتین
بربرینه مساوی اولمغین حاد حهب مثلثلری متشابهین اولوب حا:
حد :: حه : حب اولدیغندن (۴ ۶) حا حب مستطیلی حه حد
مستطیلنه مساوی اولور (ب) امدی حه حد مستطیلی هد دح
مستطیلی ایله حد مربعی مجموعنه مساوی اولدیغندن (۲ ب)
حا حب مستطیلی دخی هد دح مستطیلی ایله حد مربعی مجموعنه
مساوی اولور لکن هد دح مستطیلی اد دب مستطیلنه مساوی

اولدیغندن

اولدیغندن (٣ کر) حد مربعیله ای ی ب مستطیلی مجموعی اح حب مستطیلنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی کر نظری❋

هر مثلثك راسنده واقع زاویه سندن قاعده سی اوزرینه اخراج اولنان عمودك مثلث مرقوم اوزرینه مرسوم دائره قطرینه مستطیلی ضلعین باقیین مستطیلنه مساویدر

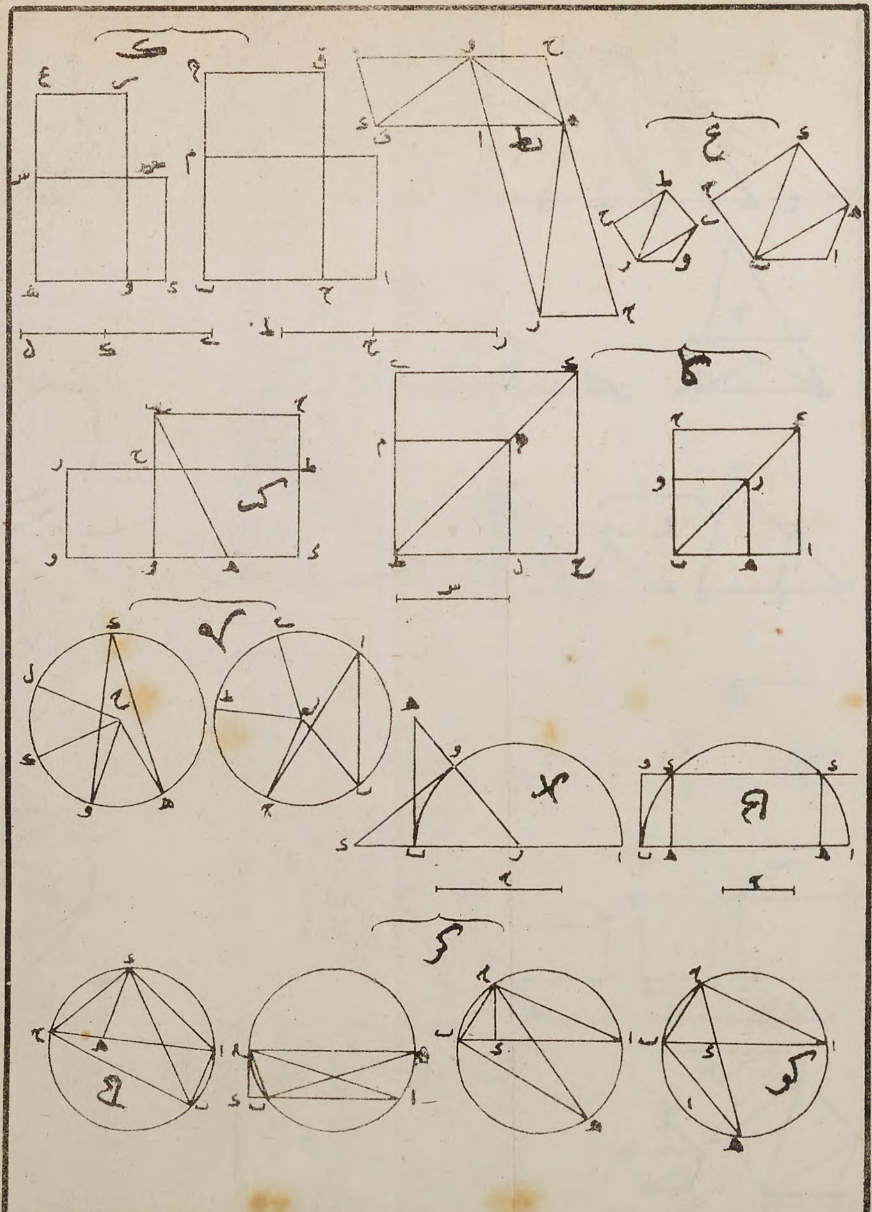
مثلا احب مثلثك راسنده واقع بحا زاویه سندن اب قاعده سی اوزرینه اخراج اولنان حد عمودینك مثلث مرقوم اوزرینه مرسوم دائره قطرینه مستطیلی اح حب مستطیلنه مساویدر * زیرا احب مثلثی اوزرینه مرسوم اهحب دائره سنك حه قطری رسم اولنوب هب دخی وصل اولندقده حای حهب زاویه لری متساویتین اولوب (٣ یه) اده هبح زاویه لری قائمه اولدقلرندن انلر دخی متساویتین اولمغین ادح هحب زاویتین باقیتین دخی متساویتین اولورلر بو تقدیرجه ادح هحب مثلثلری متشابهین اولوب اح: حد:: حه: حب اولدیغندن (٧) حد حه مستطیلی اح حب مستطیلنه مساوی اولوب (س) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ید نظری❋

هر دائره داخلنده واقع اولان ذو اربعة اضلاع قطرلرینك مستطیلی هر ضلعین متقابلین مستطیلاری مجموعنه مساویدر

مثلا حداب دائره سی داخلنده واقع ابحد ذو اربعة اضلاعك اح بد قطرلرینك مستطیلی اب حد ضلعان متقابلان مستطیلی ایله اد بح ضلعان متقابلان آخران مستطیلی مجموعنه مساویدر * زیرا دحه زاویه سی ادب زاویه سنه مساوی رسم اولنوب (١ ك) اشبو

زاويه لرك هر برينه هدى زاويه مشتركه سى جمع اولندقده
اده زاويه سى جدى زاويه سنه مساوى اولوب داه دح
زاويه لرى متساويتين اولديغندن (٣ ه) باقى قلان اهى بحى
زاويه لرى دخى متساويتين اولمغين (انتيجه) اده بدح
مثلثلرى متشابهين اولوب اى : اه :: بد : بح اولديغندن
اى بح مستطيلى اه بد مستطيلنه مساوى اولور (ت)
وكذا حهى اى مثلثلرنده حوه اى زاويه لرى
بالعمل متساويتين اولوب هحى زاويه سى ادى زاويه سنه
مساوى اولديغندن (٣ه) باقى قلان حهى باى زاويه لرى دخى
متساويتين اولمغين مثلثين مرقومين متشابهين اولوب اب : بد ::
هح : دح اولديغندن اب دح مستطيلى بد هح مستطيلنه
مساوى اولور امدى اشبو مساوى مستطيلره آنفا مرور ايدن مساوى
مستطيلر جمع اولندقده اب دح مستطيلى ايله اى بح مستطيلى
مجموعى بد هح مستطيلى ايله اه بد مستطيلى مجموعنه
مساوى اولور لكن بد اح مستطيلى بد اه مستطيلى ايله
بد هح مستطيلى مجموعنه مساوى اولديغندن (٢ح) اح بد
مستطيلى اب دح مستطيلى ايله اى بح مستطيلى مجموعنه
مساوى اولوب مطلوب
ثابت اولور



زاويه لرك هربر

اوه زاويه سى

زاويه لرى متسا

زاويه لرى دخى مت

مثلثلرى متشابه

او ـح مستطي

وكذا حه

بالعمل متساوي

مساوى اولديغند

متساويتين اولمغين

هح : ىح اولد

مساوى اولورامد

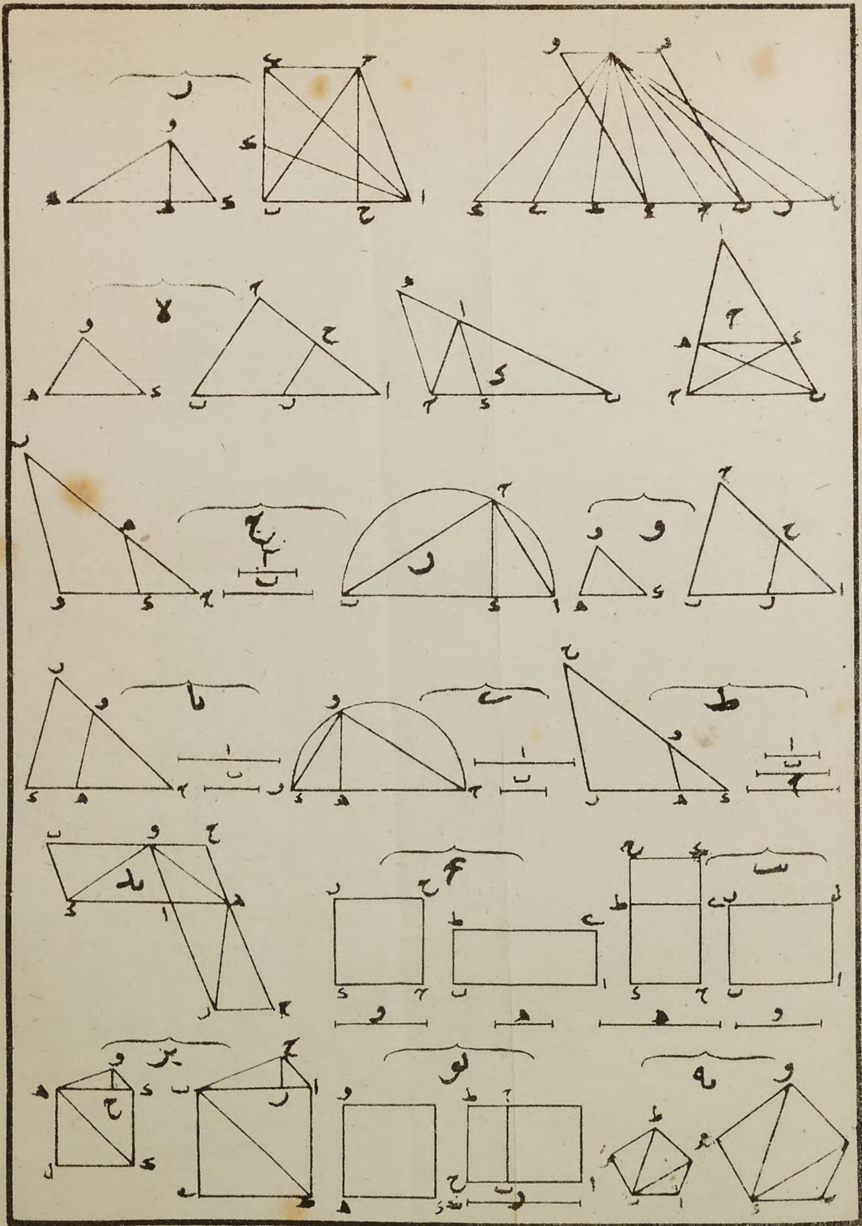
مستطيلر جمع اول

مجموعى ـى ه

مساوى اولورك

ـو هح مستطي

مستطيلى لـ



اصول هندسه دن مقالهٔ سابعه

الحدود

١ هر ایکی سطح مستوی بربریله تقاطع ایلدکده حادث اولان خطه فصل مشترک تسمیه اولنور

٢ برسطح مستویده رسم اولنان جمیع خطوط مستقیمهٔ متلاقیه اوزرلرینه نقطهٔ تلاقیسنده خط مستقیم آخر عمود اولسه خط مرقوم مستوی مزبورا وزرینه دخی عمود اولور

٣ برسطح مستویده رسم اولنان جمیع خطوط مستقیمه فصل مشترک اوزرینه عمود اولوب مستوی آخرا وزرینه دخی عمود اولسه لرا شبو مستویلردخی بربرینه عمود اولورلر

٤ برخط مستقیمک سطح مستوی یه میلی اولدرکه خط مائلدن مستوی مرقوم اوزرینه خروج ایدن عمودک نقطهٔ تلاقیسندن خط مائلک تلاقی نقطه سنه واصل اولان خط ایله خط مائل مرقوم ارا سنده واقع زاویه در

٥ برمستوینک مستوی آخره میلی اولدرکه فصل مشترک اوزرنده واقع هرقنقی نقطه دن فصل مشترک مزبورا وزرینه عمود اولدقلری حالده مستوبین مرقومین اوزرلرینه رسم اولنان ایکی خط مستقیم ارا سنده واقع زاویه در

٦ مستوبین متوازیین اولدرکه ایکی طرفلرندن الی غیرالنهایه اخراج اولنسه لرا صلا تلاقی ایتمیه لر

٧ برخط

٧ برخط مستقيمك جميع اجزاسى سطح مستوى اوزرنده واقع اولسه مستوى مرقوم خط مزبوردن مرورايدر دينلور

❋دعوى ١ نظرى❋

هر ايكى سطح مستوينك فصل مشتركى خط مستقيمدر

مثلا اب حء مستويلرنده فصل مشترك اولان هو خطى خط مستقيمدر * زيرا دكل ايسه اب مستويسى اوزرنده ورهـ خط مستقيمى رسم اولنوب حء مستويسى اوزرنده دخى وحهـ خط مستقيم آخرى رسم اولندقده ورهـ وحهـ خط مستقيملرى مستويين مختلفين اوزرلرنده بولندقلرندن خط مرقوملر بربرندن خارج واقع اولورلر امدى هر ايكى خط مستقيمك نهايتلرى برا وادقده آنلر بربرينه منطبق اولمغين (١ حو) ورهـ وحهـ خطلرينك نهايتلرى هـ و نقطه‌لرى اولديغندن خطين مرقومين بربرينه هم منطبق وهم غير منطبق اولمق لازم كلوربو ايسه خلا فدرا ولسيبدن مستويين مرقومينك هر برنده واقع هو خطى خط مستقيم اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبيه خط مستقيمك برجزئ سطح مستويده اولوب جزء آخرى مستوى مرقومدن خارج واقع اولامز زيرا خط مرقوم مستوى مزبور اوزرنده استقامت اوزره اخراج اولندقده مستوى مزبوردن خارج واقع اولان جزئه اخراج اولنديغى جزئ مختلف امتداده بولنمق لازم كلوربو ايسه باطلدر

❋دعوى ٢ نظرى❋

برنقطه‌ده تلاقى ايلمك اوزره تقاطع ايدن هر اوج خط مستقيم مجموعى برسطح مستوى اوزرنده واقع اولورلر

مثلا اب بج جا خطوط ثلثهٔ مستقیمه‌لری ا ب ج نقطه‌لرنده بربرینی قطع ایلسه‌لر خطوط مرقومه‌لر مجموعی برسطح مستوی اوزرنده واقع اولورلر* زیرا اب خطندن مرور ایلدیکی حالده فرض اولنان ای مستویسی اب خطی محور اعتباریله اوزرنده ج نقطه‌سنه‌دکین دور ایلسه اج نقطه‌لری ای مستویسی اوزرنده بولندیغندن اج خط مستقیمنك کلیسی مستوی مرقوم اوزرنده واقع اولور واکر دکل ایسه خط مزبورك جمیع اجزاسی برامتدادده بولنمامق لازم کلور وکذا ب ج نقطه‌لری مستوی مذکور اوزرنده بولندیغندن آنفا اثبات اولندیغی وجه اوزره بج خطنك کلیسی دخی مستوی مزبور اوزرنده واقع اولور امدی اب خطی بالفرض ای مستویسی اوزرنده بولندیغندن اب بج جا خطلرینك مجموعی برمستوی اوزرنده واقع اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه بربریله تقاطع ایلین هر ایکی خط مستقیم برسطح مستوی اوزرنده واقع اولوب هر اوج نقطهٔ مفروضه‌دن برسطح مستوی مرور ایدر

دعوی ج نظری

هر خطین متقاطعین اوزرلرینه تقاطع نقطه‌سندن عمود اولدیغی حالده خروج ایدن خط مستقیم خطین مرقومیندن مرور ایدن مستوی اوزرینه دخی عمود اولور

مثلا بج بد خطلری اوزرلرینه ب نقطه تقاطعندن عمود اولدیغی حالده خروج ایدن اب خطی خطین مرقومینه مرور ایدن مستوی اوزرینه دخی عمود اولور* زیرا بج بد خطلری بربرینه مساوی رسم اولنوب ج د دخی وصل اولنه بعده اشبو خطلردن مرور ایدن مستوی اوزرینه هرقنقی به خط مستقیمی رسم اولنوب ای اه اج دخی وصل اولندقده اج اد مثلثلرنده بج بد ضلعلری

بالعمل

بالعمل متساويين اولوب اب عمودى مشترك اولديغندن اى اج
دخى متساويين اولورلر (اى) امدى جاى جبى مثلثلرى متساوى
الساقين اولوب جه هى مستطيلى ايله به مربعى مجموعى بى
مربعنه مساوى (٣ك) وكذا جه هى مستطيلى ايله ها مربعى
مجموعى اى مربعنه مساوى اولديغندن جه هى مستطيلى دخى
به مربعى مجموعيله جه هى مستطيلى دخى ها مربعى
مجموعى بيننده اولان فضل بو اى مربعلرى بيننده اولان فضلنه
مساوى اولوب و بونلرده مشترك اولان جه هى مستطيلى
هر برندن طرح اولندقده به ها مربعلرينك فضلى بى اى
مربعلرينك فضلنه مساوى اولور لكن بى اى مربعلرينك فضلى
اب مربعنه مساوى اولديغندن (٣ نتيجه) به ها
مربعلرينك فضلى دخى اب مربعنه مساوى اولوب اب خطى
مستوى مذكور اوزرنده مرسوم به خطنه عمودا ولمغله مستوى
مرقوم اوزرينه دخى عمودا ولوب (٢ج) مطلوب ثابت اولور
نتيجه اكر برخط مستقيم خطوط ثلثهٔ متقاطعهٔ اخرى
اوزرلرينه نقطهٔ تقاطعنده عمود اولسه خطوط مرقومه مجموعى
برسطح مستويده واقع اولورلر زيرا خطوط ثلثه دن برى مثلا
به خطى خطين آخرينن مرور ايدن مستويدن خارج
واقع اولسه ابه زاويه سى يا حاده ويا منفرجه اولوب عمود
فرض اولنان خط مستقيم عمود اولماق لازم كلور

✽دعوى ٤ نظرى✽

هر ايكى خط مستقيم برسطح مستوى اوزرينه عمود
اولسه لر اول خطلر بربرينه موازى اولورلر

مثلا اب جى خط مستقيملرى ور مستويسى اوزرينه عمودا واسه لر

اول خطلر بربرینه موازی اولورلر* زیرا دب خطی وصل اولنوب
ور مستویسی اوزرنده واقع دب خطی اوزرینه اب خطنه مساوی
ده عمودی اخراج اه اد هب دخی وصل اولندقده اب جد
خطلری ور مستویسنه بالفرض عمود اولدیغندن ابد ابه
جدب جده زاویه‌لری قائمه اولورلر (حد) امدی باد بهد
مثلثلرندن اب هد ضلعلری بالعمل متساویین اولوب دب ضلعی
مشترك ابد بده زاویه‌لری دخی قائمه اولدیغندن اد ضلعی
هب ضلعنه مساوی اولور (اد) وکذا هبا هدا مثلثلرندن اد
ده ضلعلری هب با ضلعلرینه مساوی اولوب اه ضلعی مشترك
اولدیغندن اده زاویه‌سی ابه زاویه‌سنه مساوی اولوب قائمه
اولور (ار) امدی هد خطی دا دب دج خطلرینه د نقطهٔ
تقاطعنده عمود اولدیغندن خطوط مرقومه ایله اب خطی مجموعی
بر مستوی اوزرنده واقع اولورلر (نتیجه) بو تقدیرجه اب دج
خطلری دخی بر مستویده واقع اولوب ابد جدب زاویه‌لری قائمه
اولدیغندن اب جد خطلری متوازیین اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه هرقنقی اب جد خطین متوازیین ایله انلری قطع ایدر هرقنقی
دا خط مستقیمی مجموعی بر سطح مستوی اوزرنده واقع اولورلر

❋ دعوی ٨ نظری ❋

هر خطین متوازییندن بری بر سطح مستوی‌یه عمود اولسه موازی
آخر دخی مستوی مرقومه عمود اولور

مثلا اب جد خطین متوازییندن اب خطی ور مستویسنه عمود
اولسه جد دخی مستوی مرقومه عمود اولور* زیرا دب وصل
اولنوب ور مستویسی اوزرنده واقع دب خطی اوزرینه اب
خطنه مساوی ده عمودی اخراج اه اد هب دخی وصل

اولندقده ا ـ خطی ور مستوی سنه بالفرض عمود اولدیغندن
ا ـ ء ا ـ هـ زاویه‌لری قائمه اولورلر (حمد) امدی ـ اء ـ هـ ء
مثلثلرندن ا ـ هـ ء ضلعلری بالعمل متساویین ء ـ دخی مشترك
اولوب ا ـ ء ـ ء هـ زاویه‌لری قائمه اولدیغندن اء هـ ـ ضلعلری
دخی متساویین اولورلر (ءا) وکذا هـ ـ ا هـ ء ا مثلثلرندن اء ءهـ
ضلعلری هـ ـ ـ ا ضلعلرینه مساوی اولوب اهـ دخی مشترك
اولدیغندن اءهـ زاویه سی ا ـ هـ زاویه سنه مساوی اولوب قائمه
اولور امدی ا ـ حء خطلری بالفرض متوازیین اولوب اء خطی
انلری قطع ایلدیکندن خطوط مرقومه‌لرك مجموعی برسطح مستویده
واقع اولمغین (نتیجه) ا ـ ء زاویه سی قائمه اولدیغندن حء ـ
زاویه سی دخی قائمه اولور (ا ٩) لکن هـ ء خطی ء ـ ءا خطلرینه
عمود اولدیغندن انلردن مرورایدن مستویه دخی عمود اولوب
(ح) ءح خطنه دخی عمود اولور (حم) بوتقدیرجه ءح
خطی ءهـ ء ـ خطلرینه عمود اولمغین انلردن مرورایدن ور
مستوی سنه دخی عمود اولوب (ح) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی و نظری❋

هر ایکی خط مستقیم برخط مستقیم آخره برسطح مستویده بولنمامق
اوزره موازی اولسه‌لر خطین مزبورین دخی بربرینه موازی اولورلر
مثلا ا ـ حء خط مستقیملری هـ و خط مستقیم آخره برسطح مستویده
بولنمامق اوزره موازی اولسه‌لر ا ـ حء خطلری دخی
متوازیین اولورلر زیرا هـ و خطی اوزرنده کیف ما اتفق ر
نقطه سی تعیین اولنوب او هـ ء مستویلرینه نقطهٔ مرقومه‌دن
هـ و خطی اوزرینه رح رط عمودلری اخراج اولندقده
اشبو عمودلره مزورایدن ح رط مستوی سنه هـ و خطی عمود

اولور (ح) امدی اب هو خطلری بالفرض متوازیین اولوب
هو خطی ح ط مستوی سنه عمودا اولدیغندن موازی آخر
اولان اب دخی مستوی مرقومه عمودا اولور (لا) وبو مثللو اثبات
اولنورکه حی خطی دخی ح ط مستوی سنه عمودا اولوب
بو مستوی یه عمودا اولان ایکی خط مستقیم بربرینه موازی اولدیغندن
(ی) اب حی خطلری دخی متوازیین اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ر نظری ❋

هر خطین متلاقیین دیکر خطین متلاقیینه برسطح مستویده
بولنمامق اوزره موازی اولسه لر اوخطلرک محیط اولدیغی
زاویه لر دخی بربرینه مساوی اولورلر

مثلا ب نقطه سنده تلاقی ایدن اب بح خطلری ه نقطه سنده
تلاقی ایدن ده هو خطلرینه برسطح مستویده بولنمامق اوزره
موازی اولسه لر اوخطلرک محیط اولدقلری ابح دهو زاویه لری
دخی بربرینه مساوی اولورلر * زیرا هد هو خطلری با بح
خطلرینه نظیر نظیره مساوی رسم اولنوب اد حو به اح دو
خطلری دخی وصل اولندقده اب ده خطلری بالفرض
هم متساوی وهم متوازیین اولدیغندن اد به خطلری دخی
هم متساویین وهم متوازیین اولورلر (ار ط) وبو مثللو اثبات اولنورکه
حو خطی به خطنه هم مساوی وهم موازی اولمغین اد خطی دخی
حو خطنه هم مساوی وهم موازی اولور (و) امدی هر خطین
متساویین ومتوازیین اطرافلری بیننه واصل اولان خطلر هم
متساویین وهم متوازیین اولدیغندن (ا ط) اح خطی دخی دو خطنه
هم مساوی وهم موازی اولوب حاب مثلثندن هر ضلع ده
مثلثندن هر ضلعنه نظیر نظیره مساوی اولمغین ابح زاویه سی دهو

زاویه‌سنه مساوی اولوب (ا د) مطلوب ثابت اولور

دعوی ح عملی

برسطح مستوی اوزرنده واقع نقطهٔ مفروضه سندن مستوی مذکوره خط عمود اخراج ایتمك طریقیدر

مثلا ب ح مستویسی اوزرنده واقع ا نقطهٔ مفروضه سندن مستوی مذکوره برخط عمود اخراج ایتمك مراد اولنسه اولا ب ح مستویسی خارجنده کیف ما اتفق د نقطه‌سی تعیین اولنوب د ا وصل اولنه جقده مستوی مرقوم اوزرنده ا نقطه‌سندن د ا خطی اوزرینه ا ه عمودی اخراج اولندقده اکر مستوی مذکور اوزرنده ا ه خطندن ماعدا د ا خطیله تلاقی ایدن هرقنقی خط مستقیم آخره د ا خطی عمود اولسه مطلوب حاصل اولور واکر عمود دکل ایسه ب ح مستویسی اوزرنده ا ه خطنه ا و عمودی رسم اولنوب د ا و نقطه‌لرینه مرور ایدن د و مستویسی اوزرنده ا و خطنه ا ز عمودی دخی رسم اولندقده اشبو ا ز عمودی ب ح مستویسنه عمود اولور. زیرا ا ه خطی د ا او خطلرینه بالعمل عمود اولدیغندن انلردن مرور ایدن د و مستویسنه دخی عمود اولمغین (ح) برسطح مستویده رسم اولنان جمیع خطوط مستقیمهٔ متلاقیه اوزرلرینه نقطهٔ تلاقیسنده خط مستقیم آخر عمود اولسه خط مرقوم مستوی مزبور اوزرینه دخی عمود اولوب (ج) ا ه خطی ا ز خطنه عمود اولور ا ه دی ا ز خطی ا ه او خطلرینه عمود اولدیغندن انلره مرور ایدن ب ح مستویسنه دخی عمود اولوب (ح) مطلوب ثابت اولور

دعوی ط عملی

برسطح مستویدن خارج نقطهٔ مفروضه‌دن مستوی مذکور

اوزرینه خط عمود اخراج ایتمنك طریقیدر

مثلا بر مستویسندن خارج ا نقطه مفروضه سندن مستوی مزبور اوزرینه خط عمود اخراج ایتمك مراد اولنسه اولا بر مستویسی اوزرنده مفروض هرقنقی بح خطنه دا عمودی اخراج اولندقده اكر عمود مرقوم مستوی مذكوره دخی عمود ایسه مطلوب حاصل اولور واكر دكل ایسه بر مستویسی اوزرنده بح خطنه دھ عمودی رسم اولنوب دھ اوزرینه دخی او عمودی اخراج اولندقده او خطی بر مستوی سنه عمود اولور زیرا * و نقطه سنه مرور ایدر بح خطنه موازی حر خطی رسم اولندقده بح خطی دا دھ خطلرینه عمود اولدیغندن انلردن مرور ایدن مستوی اوزرینه دخی عمود اولور (ح) وكذا بح حر خطلری بالعمل متوازیین اولوب خطین مرقومیندن بح خطی ادو مستوی سنه عمود اولدیغندن موازی آخر اولان حر خطی دخی مستوی مذكوره عمود اولوب (۸) بر سطح مستویده رسم اولنان جمیع خطوط مستقیمهٔ متلاقیه اوزرلرینه نقطهٔ تلاقیسنده خط مستقیم آخر عمود اولسه خط مرقوم مستوی مزبور اوزرینه دخی عمود اولدیغندن (حم) حر خطی او خطنه عمود اولور امدی او خطی حر دھ خطلرینه و نقطهٔ تلاقیسنده عمود اولدیغندن خطین مرقومینه مرور ایدن بر مستوی سنه دخی عمود اولوب (ح) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ۵ نظری ❋

برخط مستقیم ایکی سطح مستوینك هر برینه عمود اولسه مستوبین مرقومین بربرینه موازی اولورلر

مثلا اد خط مستقیمی بح دھ مستویلرینك هر برینه عمود اولسه

مستوبین

مستويين مرقومين بربرينه موازي اولورلر * زيرا دكل ايسه مستويين مرقومين تلاقي ايد نتيجه دكين اخراج اولنوب رح فصل مشتركي اوزرنده كيف ما اتفق ط نقطه سي تعيين طا طب خطلري دخي وصل اولندقده اب خطي هو مستوي سنه بالفرض عمود اولديغندن مستوي مرقوم اوزرنده واقع طب خطنه دخي عمود اولوب (حد ٣) اب ط زاويه سي قائمه اولور كذا اث خطي حز مستوي سنه بالفرض عمود اولديغندن طا خطنه دخي عمود اولمغين اطب زاويه سي قائمه اولوب بطا مثلثندن ابط باط زاويه لري مجموعي ايكي قائمه يه مساوي اولمق لازم كلور بو ايسه خلافدر (١ ك) اولسيدن حز هو مستويلري اصلا تلاقي ايتمكله بربرينه موازي اولوب (حد ٦) مطلوب ثابت اولور

✱دعوى ما نظرى✱

بربريله تلاقي ايدن هر ايكي خط مستقيم خطين متلاقيين آخرينه برسطح مستويده بولنمامق وجه اوزره موازي اولسه اشبو موازيلره مرور ايدن مستويلر دخي بربرينه موازي اولورلر

مثلا بربريله ب نقطه سنده تلاقي ايدن اب بح خطلري ه نقطه سنده تلاقي ايدن دبكر ده هو خطلرينه برسطح مستوي اوزرنده بولنمامق وجه اوزره موازي اولسه اشبو موازيلره مرور ايدن اب حز هو مستويلري دخي بربرينه موازي اولورلر * زيرا ب نقطه سندن ده هو مستويسي اوزرينه بد عمودي اخراج اولنوب (ط) ده هو خطلرينه موازي حد رط خطلري دخي رسم اولندقده (١ ك) بد خطي ده هو مستوي سنه بالعمل عمود اولديغندن آكا تلاقي ايدن حد رط خطلرينه دخي عمود اولور (حد ٣) امدي حز خطي بالعمل ده خطنه يا خود اب خطنه موازي

اولوب (و) انلری ب‌د خطی قطع ایلدیکندن ب‌د‌ح د‌ب‌ا زاویه‌لری مجموعی ایکی قائمه‌یه مساوی اولور (٢١) لکن بوندن اقدم اثبات اولندیغی وجه اوزره ب‌د‌ح زاویه‌سی قائمه اولدیغندن د‌ب‌ا زاویه‌سی دخی قائمه اولوب د‌ب خطی ب‌ا خطنه عمود اولور وبو مثللو اثبات اولنورکه د‌ب خطی ب‌ح خطنه عمود اولمغین د‌ب خطی ب‌ا ب‌ح خطلرینک هر برینه عمود اولوب انلردن مرور ایدن ا‌ب‌ح مستویسنه دخی عمود اولدیغندن (ح) ا‌ب‌ح و‌ه‌و مستویلری بربرینه موازی اولوب (ب) مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ـ س ـ نظری❋

برسطح مستوی مستویین متوازیین آخرینی قطع ایلسه فصل مشترکلری دخی بربرینه موازی اولورلر

مثلا ه‌ر‌ح‌و سطح مستویسی ا‌ب ح‌ی مستویین متوازیین آخرینی قطع ایلسه ه‌و ر‌ح فصل مشترکلری دخی بربرینه موازی اولورلر زیرا ❋ ه‌و ر‌ح خطلری متوازیین دکل ایسه انلر ایکی طرفلرندن اخراج اولندقده یا و‌ح طرفنده یاخود ه‌ر طرفنده بربرینه تلاقی ایدرلر فرضا و‌ح طرفنه اخراج اولندقده بربرینه ط نقطه‌سنده ملاقی اولسه‌لر امدی ه‌و‌ط خطنک کلیسی ا‌ب مستویسی اوزرنده یاخود اخراج اولنمش مستوی مرقوم اوزرنده بولندیغندن ط نقطه‌سی دخی مستوی مزبور اوزرنده واقع اولوربو مثللو اثبات اولنورکه نقطهٔ مزبوره ح‌ی مستویسی اوزرنده دخی واقع اولوب اشبو ط نقطه‌سی ا‌ب ح‌ی مستویلرندن هر بری اوزرنده بولنمغین مستویین مزبورین اخراج اولندقده نقطهٔ مذکورده تلاقی ایدرلر لکن مستویین مرقومین بالفرض متوازیین اولدیغندن هم متلاقیین وهم متوازیین اولمق لازم کلور بو ایسه خلافدر اولسیدن ه‌و ر‌ح

خطلری

خطلری وح طرفنده تلاقی ایده مزلر بو مثللو اثبات اولنور که هد
طرفنده دخی تلاقی ایتمکله بربرینه موازی اولوب مطلوب ثابت اولور

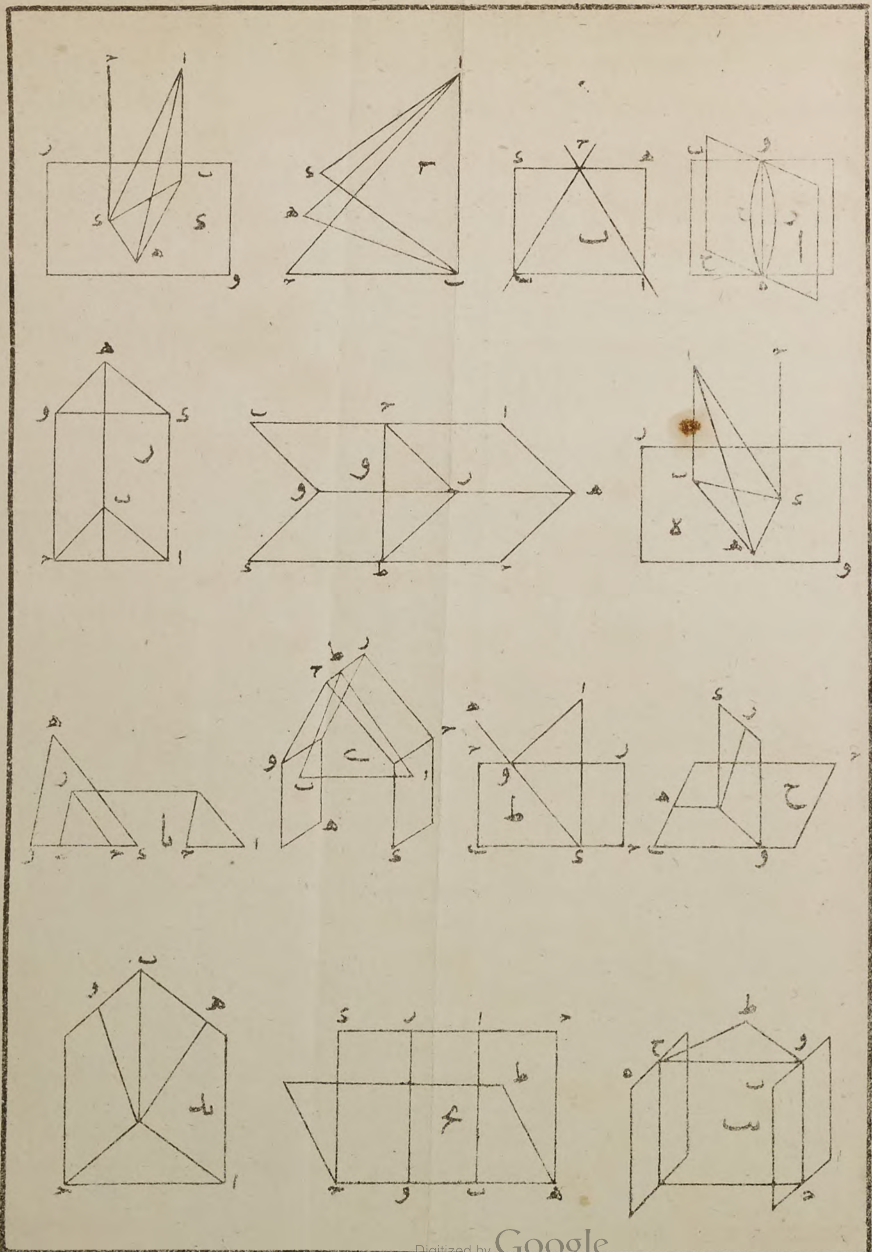
❋دعوی یح نظری❋

بر خط مستقیم برسطح مستوی یه عمود اولسه خط مرقومدن
مرور ایدن جمیع مستویلر دخی مستوی مذکوره عمود اولورلر
مثلا اب خط مستقیمی حط سطح مستویسی اوزرینه عمود اولسه
خط مرقومدن مرور ایدن جمیع مستویلر دخی حط مستوی سنه
عمود اولورلر * زیرا اب خطندن مرور ایدن هرقنقی هدی
مستوی سندن حه فصل مشترکی اوزرینه هرقنقی رو عمودی
اخراج اولنسه‌دقده اب خطی حط مستوی سنه بالفرض عمود
اولدیغندن حه فصل مشترکنه دخی عمود اولوب (حد/٣) ابو
زاویه سی قائمه اولور امدی اب و رو خطلری مستوی واحد اوزرینه
عمود اولوب ابو و روب زاویه لرندن هر بری قائمه اولدیغندن خطین
مرقومین بربرینه موازی اولوب (ی) رو خطی حط مستویسی
اوزرینه دخی عمود اولور (٤) الکن برسطح مستویده رسم اولنان جمیع
خطوط مستقیمه فصل مشترکی اوزرینه عمود اولوب مستوی آخر
اوزرینه دخی عمود اولسه‌لر اشبو مستویلر بربرینه عمود اولمغین (حد/٣)
هدی حط مستویلری دخی بربرینه عمود اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی یط نظری❋

بربرله تقاطع ایدن ایکی سطح مستویدن هر بری مستوی آخره عمود اولسه‌لر
مستویین متقاطعینک فصل مشترکی دخی مستوی مزبوره عمود اولور
مثلا اب حب مستویین متقاطعیندن هر بری ادح مستوی آخره
عمود اولسه‌لر انلرک فصل مشترکی اولان بد دخی ادح مستوی سنه

عموداولور* زيرا دكل ايسه ا مستوى سنك اى فصل مشتركى اوزرينه ده عمودى اخراج اولنوب ح مستوى سنك دخى دح فصل مشتركى اوزرينه دو عمودى اخراج اولندقده ا مستويسى احد مستوى سنه بالفرض عمودا ولديغندن ده دخى احد مستوى سنه عمودا ولور (حد ٣) وكذا ح مستويسى احد مستوى سنه بالفرض عمودا ولديغندن دو دخى احد مستوى سنه عمودا ولور (حد ٣) امدى هر ايكى خط مستقيم بر سطح مستوى اوزرينه عمودا ولسه لر اول خطلر بر برينه موازى اولديغندن (ى) ده دو خطلرى هم متوازيين وهم متلاقيين اولمق لازم كلور بوايسه خلافدر بو تقديرجه ده دو خطلرى احد مستوى سنه عمود اولامزلر بو مثللو اثبات اولنور كه ب د خطندن ماعدا هر برخط احد مستوى سنه عمود اولامز اولسيدن ب د فصل مشتركى عمودا ولوب مطلوب ثابت اولور



اصول هندسه‌دن مقالهٔ ثامنه

الحدود

١ زاویهٔ مجسمه اولدرکه بر سطح مستویده بولنمامق شرطیله برنقطه‌ده جمع اولان ایکیدن زیاده زاویهٔ مسطحه‌نک احاطه سندن حاصل اوله

٢ اجسام متشابهه اولدرکه عددده مساوی سطوح مستویهٔ متشابهه احاطه سندن حاصل اولوب زوایای مجسمه لری دخی نظیرنظیره متساویه اوله

٣ منشور برجسمدرکه سطوح مستویهٔ متوازیة الاضلاع احاطه سندن حاصل اولوب ایکی نهایتنده بولنان مستویلر هم متوازیین وهم متشابهین وهم متساویین اوله

٤ متوازی السطوح برمنشوردرکه التی متوازی الاضلاع احاطه سندن حاصل اولوب هرایکی مقابللری هم متوازیین وهم متشابهین وهم متساویین اوله

٥ متوازی المستطیلات برمتوازی السطوحدرکه جمیع نهایتلری مستطیل اولوب اول نهایتلر بربرینه عمود اوله

٦ مکعب برمنشوردرکه التی مربعات متساویه احاطه سندن حاصل اولوب اول مربعلر بربرینه عمود اوله

٧ اهرام برجسمدرکه قاعده سی هرقنقی شکل مستقیم الاضلاع اولوب ضلعلری اوزرنده واقع مثلثات احاطه سندن حاصل اولمق وجهله رأس مثلثات سطح قاعده‌دن خارج برنقطه‌ده جمع اوله

٨ اسطوانه بر جسمدر که دائرتين متساويتين متوازيتينك مركزلری بيننه واصل اولان خط مستقيمه موازی دائرتين مرقومتين محيطلرندن مرور ايدن بر خط مستقيم محيطين مزبورين اوزرنده دور ايلدكده حادث اولان سطح احاطه سندن حاصل اوله امدی دائرتين مرقومتين مركزلری بيننه واصل اولان خط محور اسطوانه اولوب اكر محور مذكور دائرتين مرقومتين سطحلرينه عمود ايسه اول اسطوانه قائمه در دكل ايسه مائله در

٩ مخروط بر جسمدر که قاعده سی دائره اولوب سطح دائره دن خارج بر نقطهٔ ثابته دن خروج ايدن خط مستقيم اول دائره محيطی اوزرنده دور ايلدكده حادث اولان سطح احاطه سندن حاصل اوله امدی نقطهٔ مرقومه ايله مركز دائره بيننه واصل اولان خط محور مخروط اولوب اكر محور مزبور سطح دائره يه عمود ايسه اول مخروط قائمه در دكل ايسه مائلدر

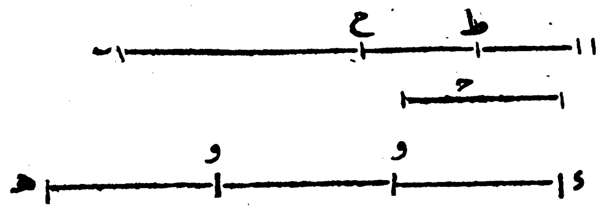
١٠ اسطوانات متشابهه ياخود مخروطات متشابهه اولدر که انلرك ارتفاعلری و قاعده لرينك قطرلری متناسب اوله

١١ كره بر جسمدر که بر نصف دائره نك قطری ثابت اولوب اول قطر اوزرنده نصف دائرهٔ مذكوره وضع اولنه كلنجيه دك بين دوراننده ن حاصل اوله امدی قطر ثابت كرهٔ مرقومه نك محوری اولوب نصف دائرهٔ مذكوره مركزی مركز كره اولور

١٢ قطر كره بر خط مستقيمدر كه مركز كره دن مرور ايدوب ايكی طرفلری سطح كره يه منتهی اوله

فائده

هر مقدارین محدودینك اعظمندن كندی نصفندن زیادهسی طرح اولنوب باقیدن دخی كندی نصفندن زیادهسی طرح اولنسه وهكذا علی التوالی طرح اولندقده اندن بر مقدار باقی قالور كه مقدارین مرقومینك اصغرندن دخی اصغر اولور



مثلا ا ب ح مقدارین محدودینك ا ب اعظمندن كندی نصفندن زیادهسی طرح اولنوب باقیدن دخی كندی نصفندن زیادهسی طرح اولنسه وهكذا علی التوالی طرح اولندقده اندن بر مقدار باقی قالور كه ح مقدارندن دخی اصغر اولور * زیرا ا ب ح مقدارلری بالفرض متناهیین اولدیغندن اولا ح مقدارینك بر وجهله د ه اضعافی اخذ اولنه كه ا ب مقدارندن اعظم اوله امدی د ه اضعافی ح مقدارینه مساوی د و و ر ر ه قسملرینه تقسیم اولنوب ا ب مقدارندن كندی نصفندن زیادهسی اولان ب ح بعد الطرح ا ح باقیسندن دخی كندی نصفندن زیادهسی اولان ح ط طرح وهكذا د ه مقدارینك قسملری قدر ا ب مقدارندن وجه مشروح اوزره طرح اولنه بو تقدیرجه ا ب مقدارندن د ه بالعمل اعظم اولوب ا ب مقدارندن كندی نصفندن زیاده اولان ب ح طرح اولنوب د ه مقدارندن دخی كندی نصفندن زیاده اولمیان ه ر طرح اولندقده باقی قلان د ر باقی دیگر اولان ح ا مقدارندن اعظم اولور كذا ح ا مقدارندن كندی نصفندن زیاده اولان ح ط

طرح

طرح اولنوب ر ى مقدارندن دخی کندی نصفندن زیاده اولمیان ر و طرح اولندقده باقی قلان و ى باقی دیکر اولان ط ا مقدارندن اعظم اولورلکن و ى بالعمل ح مقدارینه مساوی اولدیغندن ط ا دخی ح مقدارندن اصغر اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ١ نظری❋

هر ایکی دائره داخلنده مرسوم ومتشابه اولان کثیر الاضلاع طرلك بربرینه نسبتی دائرتین مرقومتین قطرلری مربعلرینك بربرینه نسبتی کبیدر مثلا ا ب ى و ر ط دائره لری داخلنده مرسوم ومتشابه اولان ا ب ج د ه و ر ح ط ب کثیر الاضلاع طرلك بربرینه نسبتی ب ک رل قطرلری مربعلرینك بربرینه نسبتی کبیدر * زیرا ب ه ا ک ر ب ول خطلری وصل اولندقده شکلین مرقومین بالفرض متشابهین اولوب ب ا ه زاویه سی ر و ب زاویه سنه مساوی اولدیغندن نسبة ب ا الی ا ه کنسبة ر و الی و ب اولور (٦ حد ١) امدی ا ب ه و ر ب مثلثلرنده ب ا ه ر و ب زاویه لری متساویتین اولوب اولزاویه لری محیط اولان ضلعلر دخی متناسب اولدیغندن ا ه ب زاویه سی و ب ر زاویه سنه مساوی اولور (٦ و) لکن ا ه ب ا ک ب زاویه لری متساویتین اولوب و ب ر و ل ر زاویه لری دخی متساویتین اولدیغندن (٣ ٢٠) ا ک ب زاویه سی و ل ر زوایه سنه مساوی اولور وکذا ب ا ک ر و ل زاویه لری قائمه اولوب (٣ ٣١) ک ب ا زاویه سی ل ر و زاویه سنه مساوی اولدیغندن (١ نتیجه) ب ک : رل :: ب ا : ر و اولور امدی نسبة شکل ا ب ج د ه الی شکل و ر ح ط ب کنسبة مربع ب ا الی مربع ر و اولدیغندن (٦ ٤) شکلین مرقومینك بربرینه نسبتی ب ک مربعنك رل مربعنه نسبتی کبی اولوب (٦ نتیجه) مطلوب ثابت اولور

٢ دعوى ـ نظرى

داخل دائره‌ده بر وجهله بر شكل كثير الاضلاع رسم ايتمك ممكندركه دائرهٔ مرقومه ايله شكل مزبور بيننده اولان فضل هرقنغى مقدار مفروضدن اصغر اوله

مثلا ا ب ج د دائره‌سى داخلنده بر وجهله بر شكل كثير الاضلاع رسم ايتمك ممكندركه دائرهٔ مرقومه ايله شكل مزبور بيننده اولان فضل هرقنغى ط مقدار مفروضندن اصغر اوله * زيرا ا ج هـ د مربعلرندن بريسى ا ب ج د دائره‌سى داخلنده وديكرى دائرهٔ مرقومه اوزرينه رسم اولنوب (٤ و ٥) ا ب ج ب ج د د ا قوسلرى ب ك ل م نقطه‌لرنده تنصيف اولنه (٤٣) بعده ا ب ب ك ك ج ج ل ل د د م م ا وصل اولندقده ا ج مربعى هـ د مربعنك نصفى اولوب (ا ل) هـ د مربعى ا ب ج د دائره‌سندن اعظم اولديغندن ا ج مربعى دخى دائرهٔ مرقومه‌نك نصفندن اعظم اولور وكذا ب ك ل م نقطه‌لرندن مرور ايدر خط مماسلرى رسم اولنوب ا ب ج د ا خطلرى اوزرلرينه متوازى الاضلاعلر اكمال اولندقده ا ب ب ك ج ج ل د د م ا مثلثلرندن هربرى واقع اولدقلرى متوازى الاضلاعلرك نصفى اولوب (ال) هرقطعهٔ دائره كنديلرى اوزرلرينه رسم اولنان متوازى الاضلاعلردن اصغر اولمغين مثلثات مذكوره‌دن هربرى دخى واقع اولدقلرى قطعه‌لرك نصفلرندن اعظم اولور امدى ا ب ب ك ك ج ج ل ل د د م م ا قوسلرى بردفعه دخى تنصيف اولنوب اشبو تنصيف نقطه‌لرينه بر رخط مستقيم كشيده اولنه وهكذا على التوالى قوسلر تنصيف وخط مستقيملر كشيده اولندقده حاصل اولان مثلثلر واقع اولدقلرى قطعه‌لرك نصفلرندن اعظم اولور امدى ا ب ج د دائره‌سى ط مقدارندن اعظم اولوب دائرهٔ مرقومه‌نك

نصفندن

نصفندن زياده‌سى اولان اح مربعى طرح اولنوب وباقى قلان قطعه‌لردن دخى كندى نصفلرندن زياده‌سى طرح وهكذا على التوالى طرح اولندقده انجامنده باقى قلان قطعه‌لرك مجموعى ط مقدارندن اصغر اولوب (فائده) مطلوب ثابت اولور

دعوى ح نظرى

دائره اوزرينه بر وجهله برشكل كثير الاضلاع رسم ايتمك ممكندركه دائرهٔ مرقومه ايله شكل مزبور بيننده اولان فضل هرقنقى مقدار مفروضدن اصغر اوله

مثلا ا ح ى دائره‌سى اوزرينه بر وجهله برشكل كثير الاضلاع رسم ايتمك ممكندركه دائرهٔ مرقومه ايله شكل مزبور بيننده اولان فضل هرقنقى ط مقدار مفروضدن اصغر اوله زيرا ا ح ى دائره‌سى اوزرينه هـ و ر ح مربعى رسم اولنوب (ى د) ا ب ب ح ح ى ى ا قوسلرى ب هـ ب و ح ر ى ح خطلريله تنصيف اولنه بعده اشبو تنصيف نقطه‌لرينه مرورايدر ك ل م ن س ع ق ص خط مماسلرى دخى رسم اولندقده هـ ق ك زاويه‌سى قائمه اولمغين (م ب) هـ ك خطى ك ق خطندن ياخود اكا مساوى ك ا خطندن اطول اولور (ا ر) لكن برارتفاعده واقع اولان مثلثلرك بر برينه نسبتى انلرك قاعده‌لرينك بر برينه نسبتى كبى اولمغله (٦ ا) هـ ك قاعده‌سى ك ا قاعده‌سندن اطول اولديغندن هـ ق ك مثلثى ك ق ا مثلثندن اعظم اولوب هـ ق ا خط منحنيلى مقدارك نصفندن دخى اعظم اولور وبومثللو اثبات اولنوركه مثلثات باقيه دخى واة م اولدقلرى خط منحنيلى مقدارلرك نصفلرندن اعظم اولوب اق ق ... وباقى قوسلر بر دفعه دخى تنصيف اولنوب وتنصيف نقطه‌لرينه مرورايدر خط مماسلر دخى رسم اولندقده حاصل اولان مثلثلر واقع اولدقلرى خط منحنيلى

مقدارلرك نصفلرندن اعظم اولورامدی اب ج د دائره سیله ه و ز ح مربعلك فضلی ط مقدارندن اعظم اولوب و فضل مذکورك نصفندن زیاده سی طرح اولنوب وباقینك دخی نصفندن زیاده سی طرح وهكذا علی التوالی طرح اولندقده اخیراً منده باقی قالان مقدار ط مقدارندن اصغر اولوب (فائده) مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی ٢ نظری ❋

هرایكی دائره نك بربرینه نسبتی انلرك مربع قطرلرینك بربرینه نسبتی كبیدر مثلا ا ب ج د ه و ز ح دائره لرینك بربرینه نسبتی انلرك ب د و ح قطرلری مربعلرینك بربرینه نسبتی كبیدر زیرا اگر ایسه ب د مربعنك و ح مربعنه نسبتی ا ب ج د دائره سنك ه و ز ح دائره سندن یا اصغر ویا اعظم اولان بر مقداره نسبتی كبی اولوراگر ه و ز ح دائره سندن اصغر اولان مقدار ط اولسه دائره ین مرقومه ین درونلرینه بروجه مع ع ف ص س ك ل م ن مشابه كثیر الاضلاع لری رسم اولنه كه ك ل م ن شكلیله ه و ز ح دائره سی بینلرنده اولان فضل شمال دائره ایله ط بینلرنده اولان فضلدن اصغر اوله (ن) بو تقدیرجه ك ل م ن شكلی ط مقدارندن اعظم اولور امدی مربع ب د مربع و ح نسبتی شكل ع ف ص س شكل ك ل م ن اولوب (ا) وكذا مربع ب د مربع و ح دائره ا ب ج د مقدار ط بالفرض اولدیغندن دائره ا ب ج د مقدار ط شكل ع ف ص س شكل ك ل م ن اولور (٤ ت) لكن ا ب ج د دائره سی كندوسنده داخلنده واقع ع ف ص س شكلندن اعظم اولدیغندن بوندن لازم اصغر فرض اولنان ط مقداری دخی ك ل م ن شكلندن اعظم اولمق لازم كلور بو ایسه خلاف اولوب بو مثللو اثبات اولنوركه و ح مربعنك ب د مربعنه نسبتی ه و ز ح دائره سنك ا ب ج د دائره سندن اصغر

اولان مقداره نسبتی کبی اولمق دخی خلاف اولور واکر هـ و ح
دائره سندن اعظم اولان مقدار ط ق اولوب نسبت مربع ب ى الی
مربع و ح کنسبة دائرة ا ب ى الی مقدار ط ق اولسه عکس طریقیله
دخی مربع و ح : مربع ب ى :: مقدار ط ق : دائرة ا ب ى اولور
(۵ د) لکن ط ق مقداری هـ و ح دائره سندن بالفرض اعظم
اولدیغندن نسبة ط ق الی دائرة ا ب ى کنسبة دائرة هـ و ح الی
مقدار اصغر من دائرة ا ب ى اولوب (صد) نسبة مربع و ح الی مربع
ب ى کنسبة دائرة هـ و ح الی مقدار اصغر من دائرة ا ب ى اولمق لازم
کلور بونك خلافی ایسه آنفا اثبات اولندی ایدی امدی ب ى مربعنك
و ح مربعنه نسبتی ا ب ى دائره سنك هـ و ح دائره سندن یا اصغر
ویا اعظم بر مقداره نسبتی کبی اولمدیغندن نسبة مربع ب ى الی مربع و ح
کنسبة دائرة ا ب ى الی دائرة هـ و ح اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجه سیله دائره لرك بربرینه نسبتی انلرك نصف قطرلری مربعلرینك
بربرینه نسبتی کبیدر (۵ ع)

نتیجه ۲ * اکر اوج دائره نك قطرلری یاخود نصف قطرلری بر مثلث قائم
الزاویه نك ضلعلرینه نظیر نظیره مساوی اولسه لر قطری یاخود نصف
قطری وتر قائمه یه مساوی اولان دائره نك بلقیتین مجموعنه مساویدر (۲ ید

* دعوی ۱۸ نظری *

هر نصف محیط دائره یه مساوی اولان بر خط مستقیمك
اولد ائره نصف قطرینه مستطیلی دائرهٔ مزبوره یه مساویدر
مثلا ك م ن ف دائره سنك نصف محیطنه مساوی اولان ط ق
خط مستقیمنك اولد ائره نصف قطرینه مستطیلی اولان ط ب شکلی
دائرهٔ مزبوره یه مساویدر * زیرا دکل ایسه دائرهٔ مزبوره مستطیل
مرقومدن یا اعظم ویا اصغر اولمق لازم کلور اکر ك م ن ف

دائرەسی طـه مستطیلندن اعظم اولسه دائرهٔ مزبوره‌یه مساوی طش مستطیلی رسم اولنوب اولدائره داخلنده بروجهله لـ ه ع ص كثیر الاضلاعی دخی رسم اولنه كه دائرهٔ مزبوره ایله اشبو كثیر الاضلاع بیننده اولان فضل ق ش مقدارندن اصغر اوله (ب) امدی ك ط ص مثلثی ك غ نصف قاعده‌سیله ط غ عمودنك مستطیلنه مساوی اولدیغندن (ا لم) مرقوم كثیر الاضلاع دخی كندی نصف مجموع الاضلاعیله ط غ عمودنك مستطیلنه مساوی اولور (متعارفه ۸) وكذا دائرهٔ مزبوره‌نك نصف محیطنه مساوی اولان ط ق خط مستقیمی اولدائره داخلنده مرسوم هرقنقی كثیر الاضلاعك نصف مجموع الاضلاعندن اطول اولوب ط ك دخی ط غ خطندن اطول اولدیغندن (ا م) طـه مستطیلی لـ ه ع ص كثیر الاضلاعندن اعظم اولور لكن اشبو كثیر الاضلاع ایله دائرهٔ مزبوره یاخود بالفرض اكا مساوی اولان طش مستطیلی بیننده‌كی فضل ق ش مقدارندن بالعمل اصغر اولوب طـه طش مستطیللری بیننده اولان فضل دخی ق ش اولدیغندن بوندن اقدم اصغریتی اثبات اولنان لـ ه ع ص كثیر الاضلاعی طـه مستطیلندن اعظم اولمق لازم كلوربو ایسه خلافدر اولسبیدن كم ص ف دائره‌سی طـه مستطیلندن اعظم اولامز واكر كم ص ف دائره‌سی طـه مستطیلندن اصغر اولسه دائرهٔ مزبوره‌یه مساوی طر مستطیلی رسم اولنوب اولدائره اوزرینه بروجهله س د و ح كثیر الاضلاعی دخی رسم اولنه كه دائرهٔ مزبوره ایله اشبو كثیر الاضلاع بیننده اولان فضل ق ر مقدارندن اصغر اوله (ح) امدی س ط ا مثلثی س ك نصف قاعده‌سیله ط ك عمودنك مستطیلنه مساوی اولدیغندن مرقوم كثیر الاضلاع دخی كندی نصف مجموع الاضلاعیله ط ك عمودنك مستطیلنه مساوی اولور (متعارفه ۸) وكذا دائرهٔ مزبوره‌نك نصف محیطنه مساوی

اولان

اولان طق خط مستقیمی اولدائره اوزرینه مرسوم هرفنی کثیر
الاضلاعك نصف مجموع الاضلاعندن اقصرا ولوب طك عمودی
دخی مشترك اولدیغندن طه مستطیلی ـ دوح کثیرالاضلاعندن
اصغر اولور لکن اشبو کثیرالاضلاع ایله دائرهٔ مزبوره یاخود بالفرض
اکا مساوی اولان طر مستطیلی بیننده کی فضل قر مقدارندن
بالعمل اصغر اولوب طه طر مستطیلاری بیننده اولان فضل
دخی قر اولدیغندن بوندن اقدم اصغریتی اثبات اولنان طه
مستطیلی ـ دوح کثیرالاضلاعندن اعظم اولمق لازم کلور بوایسه
خلاف اولسیدن کم شرف دائرهسی طه مستطیلندن نه اعظم
ونه اصغر اولدیغندن اکا مساوی اولمق لازم کلوب مطلوب ثابت اولور

٭دعوی و تناری٭

هرایکی محیط دائرهنك بربرینه نسبتی انلرك قطرلرینك بربرینه نسبتی کبیدر
مثلا اـدی جورح دائرهلری محیطلرینك بربرینه نسبتی ـ د وح
قطرلرینك بربرینه نسبتی کبیدر ٭ زیرا داـ حهو نصف محیطلره
نظیرنظیره مساوی اولمق اوزره طه كل خط مستقیملری کشیده
اولنوب طا كه نصف قطرلری اوزرنده طم كق مربعلری
دخی رسم اولنه (٢ ا) بعده طش كع مستطیلاری تکمیل
اولندقده اـدی هورح دائرهلرینه نظیرنظیره طش كع
مستطیلاری مساوی اولوب (٧) وکذا دائرهلرك بربرینه نسبتی
انلرك نصف قطرلری مربعلرینك بربرینه نسبتی کبی اولدیغندن
(نتیجه ١) نسبة طش الی طم کنسبة كع الی كق اولور (٥ ط)
لکن طش : طم :: طه : طا اولوب (١٩) وکذا كع : كق :: كل :
كح اولدیغندن طه : طا :: كل : كح اولوب بدل طرفیله
دخی طه : كل :: طا : كح اولور امدی هرایکی مقدارك بربرینه

نسبتی انلرک اضعاف متساویه لرینک بر برینه نسبتی کبی اولدیغندن
(٥ ٣) نسبة ضعف ط ه الی ضعف ک ل کنسبة ضعف ط ی
الی ضعف ک ح اولور لکن ط ه ک ل ضعفلری ا ح ی ه و ر ح
دائره لری محیطلرینه نظیر نظیره بالعمل مساوی اولوب ط ی ک ح
ضعفلری دخی دائره مرقومه لرک ی و ح قطرلرینه مساوی
اولدیغندن ا ح ی ه و ر ح دائره لری محیطلرینک بر برینه نسبتی ی
و ح قطرلرینک بر برینه نسبتی کبی اولور مطلوب ثابت اولور

دعوی ... نظری

هر منشور قاعده سنه موازی بر سطح مستوی ایله قطع اولنسه
مقطع دخی قاعدهٔ مرقومه یه هم مساوی وهم مشابه اولور
مثلا ا ر منشوری ا ح ی قاعده سنه موازی بر مستوی ایله قطع
اولنسه حاصل اولان ک ل م ه مقطعی ا ح ی قاعده سنه هم مساوی
وهم مشابه اولور زیرا ک ل ی ح وصل اولندقده ک م ا ح مستویلری
بالفرض متوازیین اولوب انلری دخی ا ک مستویسی قطع ایلدیکندن
ک ه ا ی فصل مشترکلری متوازیین اولورلر (٧ س) وکذا ا ک ی ه
خطلری متوازیین اولدیغندن (٣ ح) ا ک شکلی متوازی الاضلاع
اولوب ک ه ا ی خطلری متساویین اولورلر (١ ل) وبو مثللو
اثبات اولنور که ک ل خطی ا ب خطنه ل م خطی ب ح
خطنه م ه دخی ح ی خطنه مساوی اولوب ک م مستویسی
اوزرنده واقع ک ه ک ل خطلری ا ح مستویسی اوزرنده
کائن ا ی ا ب خطلرینه نظیر نظیره موازی اولدیغندن ه ک ل
زاویه سی ی ا ب زاویه سنه مساوی اولور (٧ د) امدی ک ل ه
مثلثندن ک ه ک ل ضلعلری وبینده کی زاویه سی ا ب ی مثلثندن
ا ی ا ب ضلعلری وبینده کی زاویه سنه مساوی اولدیغندن

مثلثين مرقومين بربرينه مساوى اولورلر (ا ى) وبو مثللو اثبات اولنوركه
ل م ه مثلثى دخى ـ ح ى مثلثنه مساوى اولور لكن ك ل ه ل م ه
مثلثلرى مجموعى ك ل م ه مقطعنه مساوى اولوب ا ـ ى ـ ح ى مثلثلرى
مجموعى دخى ا ـ ح ى قاعدسنه مساوى اولديغندن ك ل م ه مقطعى
ا ـ ح ى قاعدهسنه هم مساوى وهم مشابه اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوى ح نظرى ❋

هر منشورلركه قاعدهلرى وارتفاعلرى مساوى اوله انلر بربرينه مساويدر
مثلا ام هس منشورلرك ا ـ ح ى هور ح قاعدهلرى وارتفاعلرى
مساوى اولسه انلر بربرينه مساويدر * زيرا منشورين مرقومين
قاعدهلرينه موازى اولمق اوزره مساوى بعدلردن ط ـ ع ف
مستويلريله قطع اولندقده ط ـ مقطعى ا ـ ح ى قاعدهسنه مساوى
ع ف مقطعى هور ح قاعدهسنه مساوى اولوب (د) قاعدتين
مذكورتين بالفرض متساويتين اولديغندن اشبو مقطعلر دخى بربرينه
مساوى اولورلر وبو مثللو اثبات اولنوركه مساوى بعدلرده واقع
هرقنقى آخر مقطعلر دخى بربرينه مساوى اولورلر امدى ام
منشورنده اولان هرقنقى مقطع هس منشورنده واقع هرقنقى مقطعنه
نظيرنظيره مساوى اولديغندن اشبو قطعلر مجموعندن حاصل اولان
جسم منشورلر دخى بربرينه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور
نتيجه قاعدهلرى وارتفاعلرى مساوى اولان هرقنقى منشور
ايله متوازى المستطيلات بربرينه مساويدر

❋ دعوى ط نظرى ❋

ارتفاعات متساويهده واقع اولان اجسام متوازية المستطيلاتك
بربرينه نسبتى انلرك قاعدهلرينك نسبتى كبيدر

مثلا هی صرف مساوی ارتفاعلرده واقع اولان اح هف متوازیة المستطیلات جسملرینك بربرینه نسبتی انلرك ـه هص قاعده‌لرینك نسبتی کبیدر زیرا ان خطی اخراج اولنوب اوزرنده خط مرقومه مساوی هر قنقی او ور رح قسملری اخذ اولنه وکذا هس خطی اخراج اولنوب اوزرنده خط مزبوره مساوی هر قنقی س ق قر قسملری دخی اخذ اولنه بعده وه وم رک وکذا سط قغ مستطیللری اکمال اولنوب اوزرلرنده اط وے رل وکذا شرش قت متوازی المستطیلات جسملری دخی بنا اولندقده او ور رح خطلری بالعمل ان خطنه مساوی اولدیغندن وه وم رک مستطیللرندن هر بری ـه مستطیلنه مساوی اولوب سط قغ مستطیللرندن هر بری دخی هص مستطیلنه مساوی اولور (٣ ـ) امدی اط وے رل جسملرندن هر برینك قاعده‌لری وارتفاعلری اح جسمنك قاعده‌سی وارتفاعنه مساوی اولدیغندن اجسام مرقومه‌دن هر بری اح جسمنه مساوی اولوب سش قت جسملرندن هر بری دخی هف جسمنه مساوی اولور (ح) امدی ـك قاعده‌سی ـه قاعده‌سنك هر نه اضعافی ایسه ـل جسمی دخی اح جسمنك اولقدر اضعافی اولوب وکذا هغ قاعده‌سی هص قاعده‌سنك هر نه اضعافی ایسه هت جسمی دخی هف جسمنك اولقدر اضعافی اولدیغندن اکر ـك قاعده‌سی هغ قاعده‌سندن زائد ایسه ـل جسمی دخی هت جسمندن زائد اولور واکر مساوی ایسه مساوی واکر ناقص ایسه ناقص اولور اولسبیدن قاعدة ـه : قاعدة هص :: جسم اح : جسم هف اولوب (٥ حد) مطلوب ثابت اولور نتیجه اشبو دعوی ایله بوندن اقدم ذکر اولنان دعوانك نتیجه‌سندن ظاهر اولدیکه ارتفاعلری مساوی اولان جمیع

منشورلرك بربرينه نسبتی انلرك قاعده لرينك نسبتی كبيدر

❋ دعوى ٧ نظرى ❋

قواعد متساويه ده واقع اولان اجسام متوازية المستطيلاتك بربرينه نسبتی انلرك ارتفاعلرينك نسبتی كبيدر

مثلا اح هر مساوى قاعده لرى اوزرنده واقع اك هى متوازى المستطيلات جسملرك بربرينه نسبتی انلرك ام هس ارتفاعلرينك نسبتی كبيدر * زيرا اح قاعده سی اوزرنده واقع ار متوازى المستطيلاتك اف ارتفاعی هس ارتفاعنه مساوى اولسه ار جسمی هى جسمنه مساوى اولور (ح) واكر اف ال سطحلرى قاعده اعتبار اولنسه لر جسم اك : جسم ار :: قاعدة ال : قاعدة اق اولور (ط) لكن قاعدة ال : قاعدة اق :: ام : اف اولديغندن (١٦) جسم اك : جسم ار :: ارتفاع ام : ارتفاع اف اولور (١٥) امدى ار هى جسملرى متساويين اولوب اف هس ارتفاعلرى دخی متساويين اولديغندن نسبة جسم اك الى جسم هى كنسبة ارتفاع ام الى ارتفاع هس اولوب (٥ ط) مطلوب ثابت اولور نتيجه اشبو دعوى ايله بوندن اقدم ذكر اولنان دعوانك نتيجه سندن معلوم اولديكه قواعد متساويه ده واقع اولان منشورلرك بربرينه نسبتی انلرك ارتفاعلرينك نسبتی كبيدر

❋ دعوى ١٠ نظرى ❋

هر اجسام متوازية المستطيلات بربرينه مساوى اولسه لر انلرك قاعده لرى و ارتفاعلرينك نسبتی متكافيه اولور واكر اجسام متوازية المستطيلاتك قاعده لرى و ارتفاعلرينك نسبتی متكافيه اولسه اول جسملر بربرينه مساوى اولورلر

مثلا اع هق متوازی المستطیلات جسملری برینه مساوی اولسه‌لر نسبت قاعدۀ اح الی قاعدۀ هر کنسبت ارتفاع هف الی ارتفاع اط متکافیه اولور * زیرا اح قاعده‌سی اوزرنده واقع ام متوازی المستطیلاتک اک ارتفاعی هف ارتفاعنه مساوی اولسه نسبت جسم ام الی جسم هق کنسبت قاعدۀ اح الی قاعدۀ هر اولور (ط) وکذا اع هق جسملری بالفرض متساوین اولدیغندن جسم ام : جسم اع :: اح : هر اولور (ه ط) لکن جسم ام : جسم اع :: اک : اط اولدیغندن (ـ) اح : هر :: اک : اط اولور (ه با) یاخود اح : هر :: هف : اط اولور واکر نسبت اح الی هر کنسبت هف الی اط متکافیه اولسه اع جسمی هق جسمنه مساوی اولور * زیرا بناء اول فرض واعتبار اولندقده ام : هق :: اح : هر اولور (ط) وکذا اح : هر :: هف : اط بالفرض اولمغین ام : هق :: هف : اط اولور (ه با) لکن هف یاخود اک مساوی اولان اک : اط :: ام : اع اولدیغندن (ـ) ام : هق :: ام : اع اولور (ه با) امدی مقدملر متساوین اولدیغندن تالیلردخی متساوین اولمغله (ه ـ) اع جسمی هق جسمنه مساوی اولور مطلوب ثابت اولور

نتیجه اشبو تناسب جمیع منشورلرده دخی جاریدر زیرا قاعده‌لری وارتفاعلری مساوی اولان منشورلرایله متوازیة المستطیلاتلر برینه مساویدر (نتیجه)

✻ دعوی ـ نظری ✻

هر اوج خطی مستقیم متناسبدن وسط متناسبک مکعبی اول اوج خط مستقیمدن حاصل اولان جسم متوازی المستطیلاته مساویدر مثلا ا ـ ح اوج خط مستقیم متناسبدن ـ وسط متناسبک مکعبی

اول

اول اوچ خط مستقیمدن حاصل اولان جسم متوازی المستطیلاته مساویدر * زیرا هو رح ط متوازی المستطیلاتك هح قاعده‌سی ا حو خطلرینك مستطیلنه مساوی حط ارتفاعی دخی ـ خطنه مساوی قلنوب ـ كم لڤ جسمی ـ خطنك مكعبنه مساوی قلندقده هر اوچ خط مستقیم متناسبدن طرفینك مستطیلی وسطك مربعنه مساوی اولدیغندن (٦ح) هح ـل قاعده‌لری بربرینه مساوی اولوب ح ط لڤ ارتفاعلری دخی بالعمل ـ خطنه مساوی اولدیغندن انلر دخی بربرینه مساوی اولورلر امدی اشبو جسملرك قاعده‌لری و ارتفاعلری مساوی اولدقین انلر دخی بربرینه مساوی اولمغله (نتیجه) ا ـ حو خطلرینك متوازی المستطیلاتی ـ خطنك مكعبنه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋دعوی ح نظری❋

هر مكعبلرك بربرینه نسبتی انلرك ضلعلرینك نسبتی كبیدر مثلثة بالتكریر مثلا اهـ مكعبنك و ـ مكعبنه نسبتی ا ـ ضلعنك ور ضلعنه نسبتی كبیدر مثلثة بالتكریر * زیرا ا ـ ور ضلعلرینه ـل ثالث متناسبی استخراج اولنوب (٦ ح) اشبو اوچ خط ایچون اس رابع متناسبی دخی استخراج اولندقده (٦ ط) خطوط مرقومه لر علی الولاء متناسب اولورلر امدی اس او خطلریله اع مستطیلی رسم اولنوب اع قاعده‌سی اوزرنده ده ارتفاعیله اف متوازی المستطیلات جسمی اعمال اولنه بعده ـل ور خطلریله كم مستطیلی رسم اولنوب مڤ ارتفاعی دخی ده ارتفاعنه مساوی رسم اولندقده ا ـ ور ـل اس اشبو درت خط متناسب اولوب ا ـ اس طرفینك مستطیلی ور ـل وسطینك مستطیلنه مساوی اولدیغندن (٦س) انلردن رسم اولنان اع كم مستطیللری دخی

بر برینه مساوی اولوب م ت ع ف ارتفاعلری متساویین اولمغین
اف ک ت جسملری دخی بر برینه مساوی اولورلر (نتیجه ح) لکن ک ت
جسمی وه مکعبنه مساوی اف جسمی دخی وه مکعبنه مساوی
اولوب (س) ارتفاعلری مساوی اولان جسملرک بر برینه نسبتی انلرک
قاعده‌لرینک نسبتی کبی اولدیغندن (ط) نسبة جسم ه الی جسم اف
کنسبة قاعدة ای الی قاعدة اع یاخود کنسبة اب الی اس اولور
(٦ نتیجه ه) امدی اف وه جسملری متساویین اولدیغندن نسبة
مکعب اه الی مکعب وه کنسبة ضلع اب الی ضلع اس یعنی کنسبة ضلع
اب الی ضلع ور مثلثة بالتکریر اولوب (٦ جد ٦) مطلوب ثابت اولور
نتیجه. اکر درت خط مستقیم علی الولاء متناسب اولسه‌لر
برنجینک مربعیله دردنجیدن حاصل اولان جسم متوازی
المستطیلات ایکنجینک مکعبنه مساوی اولور

دعوی مد نظری

اجسام متشابهة متوازیة المستطیلاتلرک بر برینه نسبتی انلرک
ضلع نظیرلری مکعبلرینک نسبتی کبیدر یعنی اشبو ضلعلرک
بر برینه نسبتی مثلثة بالتکریر اولور

مثلا او کص متشابهین اولان متوازیة المستطیلات جسملرک بر برینه
نسبتی انلرک اب کل ضلع نظیرلری مکعبلرینک نسبتی کبیدر زیرا اب
کل ضلعلرینک بش لغ مربعلری اوزرنده اه کز مکعبلری فرض
اولندقده نسبة جسم او الی جسم اذ کنسبة ارتفاع اح الی ارتفاع اش
یاخود اب اولوب (ه) وکذا جسم کص : جسم کض :: ارتفاع
کس : ارتفاع کغ یاخود کل اولور لکن اه ح کلع س
مستویلری متشابهین اولوب (جد ٢) اح : اب :: کس : کل اولدیغندن
(٦ جد ١) او : اذ :: کص : کض اولوب (ه ١٠) او : کص :: اذ :

کظ

كض اولور (٥ه) امدی ارتفاعلری مساوی اولان متوازی
المستطيلات جسملرك بربرينه نسبتی انلرك قاعده لرينك نسبتی كبی
اولديغندن (ط) اء: اذ:: اط: اج اولوب وكذا كر: كض::
كف: كم اولور امدی نسبة اط يعنی مربع ا الی اج كنسبة كف
يعنی مربع كل الی كم اولديغندن (٦ نتيجه) اء: اذ:: كر:
كض اولوب (٥ ما) بدل طريقيله دخی اء: كر:: اذ: كض
اولور لكن آنفا اثبات اولنديغی وجه اوزره او: كص:: اذ: كض
اولمغين نسبة جسم اوالی جسم كص كنسبة مكعب اء الی مكعب كر
يعنی كنسبة اء الی كل مثلثة بالتكرر اولوب (ح) مطلوب ثابت اولور
نتيجه اجسام متشابهة متوازية المستطيلات انلرك بربرينه نسبتی
انلرك ارتفاعلری مكعبلرينك بربرينه نسبتی كبيدر

نتيجه قاعده لری وارتفاعلری مساوی اولان هرقنغی
منشور ايله متوازی المستطيلات بربرينه مساوی اولديغندن
(نتيجه) مشابه منشورلرك نسبتی انلرك ضلع نظيرلری ياخود
ارتفاعلری مكعبلرينك نسبتی كبيدر

✻دعوی ٩ نظری✻

هر اهرام قاعده سنه موازی برمستوی ايله قطع اولنسه اول مقطعك
قاعده يه نسبتی قاعده ومقطعك رأسدن بعدلری مربعلرينك نسبتی كبيدر

مثلا ط ا ب ج د اهرامی اج قاعده سنه موازی هو رح مستويسيله
قطع اولنسه هر مقطعنك اج قاعده سنه نسبتی انلرك رأسدن
بعدلری مربعلرينك نسبتی كبيدر * زيرا اج مستويسی اوزرينه
ط رأس اهرامدن طء عمودی اقامه اولنوب (٧ ط) دء ح ص
وصل اولندقده هح هو خطلری بالفرض اء اب ضلعلرينه
موازی اولديغندن ح هو زاويه سی ء اب زاويه سنه مساوی اولوب

(٧ د)نسبة ح هـ الى ء ا كنسبة ط هـ الى ط ا يا خود كنسبة هـ و الى ا اولور (٦ ح) وكذا هـ ر مقطعنده واقع زاويه لردن هر برى اح قاعده سنده واقع زاويه لرك هر برينه نظيرنظيره مساوى اولوب اولزاويه لرى محيط اولان ضلعلر متناسب اولديغندن هـ ر اح شكللرى متشابه اولورلر (٦ حد) امدى ح هـ ء ا خطلرى متوازيين اولوب ح ص ء ـ دخى متوازيين اولديغندن (٧ س) نسبة ح هـ الى ء ا كنسبة ط ح الى ط ء يا خود كنسبة ط ص الى ط ـ اولوب (٦ ح) انلرك مربعلرى دخى متناسب اولورلر (٦ نتيجه ٥) لكن نسبة مربع ح هـ الى مربع ء ا كنسبة شكل هـ ر الى شكل اح اولديغندن (٦ ع) نسبة مربع ط ص الى مربع ط ـ كنسبة مقطع هـ ر الى قاعدة اح اولوب (٥ ١) مطلوب ثابت اولور

نتيجه هر اهرام قاعده سنه موازى بر مستوى ايله قطع اولنسه مقطع دخى قاعده يه مشابه اولور

دعوى و نظرى

قاعده لرى وارتفاعلرى مساوى اولان اهراملر بربرينه مساويدر مثلا هـ ء ا ـ ح ـ ط و ر ح اهراملرك اح و ح قاعده لرى بربرينه مساوى اولوب هـ ـ ارتفاعى دخى ـ ص ارتفاعنه مساوى اولسه اهرامين مرقومين بربرينه مساوى اولورلر * زيرا هـ ل ـ ع مساوى بعدلردن اح و ح قاعده لرينه موازى كم س ف مقطعلرى اعمال اولندقده نسبة مربع هـ ل الى مربع هـ كنسبة مقطع كم الى قاعدة اح اولوب وكذا نسبة مربع ـ ع الى مربع ـ ص كنسبة مقطع س ف الى قاعدة و ح اولور (٨) امدى هـ ل ـ ع مربعلرى بربرينه مساوى اولوب هـ ـ ص مربعلرى دخى متساويين اولديغندن (٣ ـ) نسبة مقطع كم الى قاعدة اح

كنسبة مقطع سرف الى قاعدة وح اولور (ه ط) لكن اح وح قاعده لرى بالفرض متساويين اولديغندن كم سرف مقطعلرى دخى بر برينه مساوى اولورلر (ه ب) وبو مثللو اثبات اولنوركه رأسلردن مساوى بعدلرده اولان هر قنغى آخر مقطعلر بر برينه مساوى اولوب هى اح اهرامنده واقع هر مقطع ط ورح اهرامنده اولان هر مقطع نظيرينه مساوى اولديغندن اشبو مقطعلر مجموعندن حاصل اولان اهراملر دخى بر برينه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

✱دعوى بر نظرى✱

مثلث القاعده اولان اهرام ايله منشور بر قاعده وبر ارتفاعده واقع اولسه لر اول اهرام منشورك ثلثيدر

مثلا اىح مثلث القاعده اوزرنده واقع اولان ى اىح اهرام ايله وى اهى منشورينك ارتفاعلرى بر اولسه اهرام مزبور منشور مذكورك ثلثيدر ✱ زيرا منشور مرقومك طرفلرى اولان مستويلر اوزرنده ىب ىح حه قطرلرى وصل اولندقده قاعده سى اىى اولوب رأسى ح اولان اهرام قاعده سى بهى اولوب رأسى ينه ح نقطه سى اولان اهرامه مساوى اولور (بو) امدى منشور مزبورك ايكى مقابل بولنان نهايتلرى بر برينه مساوى اولديغندن (حيد) اىحى اهرامى ىهوح اهرامنه مساوى اولور (بو) امدى ى اىح حىهى حهوى اهراملرى بر برينه مساوى اولوب انلردن حاصل اولان وى اهى منشورى ى اىح اهرامنك اوچ مثلى اولديغندن اهرام مرقوم دخى منشور مزبورك ثلثى اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه بر قاعده وبر ارتفاعده بولنان اهرام منشورك ثلثيدر زيرا منشورك قاعده سى هر نه شكلده اولور ايسه ده مثلثاته تقسيم اولنديغندن مرقوم جسملر دخى مثلث القاعده منشورلره واهراملره تقسيم اولنورلر

تنبيه منشورلرك نسبتلرى ايچون سابقا هرنه اثبات اولنديسه اول نسبتلر اهراملرده دخى جاريدر زيرا برقاعده ده و بر ارتفاعده بولنان منشورلر دائما اهراملرك اوج مثليدر (٥ ح)

✻دعوى ٤ نظرى✻

هر اسطوانه قاعده سنه موازى برمستوى ايله قطع اولنسه مقطع دخى دائره اولوب قاعده يه مساوى اولور

مثلا او اسطوانه سى اح قاعده سنه موازى برمستوى ايله قطع اولنسه رحك مقطعى دائره اولوب اح قاعده سنه مساوى اولور *زيرا ىه ىو مستويلرى لى محورندن مرور ايدوب رحك مقطعنك طح ك نقطه لرنده راست كلدكده اح وهو دائره لرى هم متساويتين وهم متوازيتين اولديغندن (حد ٨) لو له نصف قطرلرى ىح ى نصف قطرينه هم مساوى وهم موازى اولوب (٣ لا)(٧س) انلرك اطرافلرى بيننه واصل اولان وح هن خطلرى لى خطنه موازى اولمغين (١ لو) كح حن خطلرى دخى طى خطنه موازى اولور امدى رحك مقطعى اىح دائره سنه بالفرض موازى اولمغله طك طح خطلرى ىح ىن نصف قطرلرينه موازى اولوب هرمتوازى الاضلاعدن ضلعان متقابلان بربرينه مساوى اولديغندن (١ لد) طك خطى ىح خطنه طح دخى ىن خطنه مساوى اولور لكن ىح ىن نصف قطرلرى بربرينه مساوى اولديغندن طك طح خطلرى دخى بربرينه مساوى اولورلر و بو مثللو اثبات اولنوركه رحك مقطعنك ط نقطه سندن محيطنه ذكك ىن خروج ايدن جميع خطوط مستقيم بربرينه مساوى اولمغين رحك مقطعى هم دائره وهم ابح دائره سنه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

✱دعوى ط نظرى✱

قاعدەلرى وارتفاعلرى مساوى اولان اسطوانه ايله منشور بربرينه مساويدر

مثلا اب ء هو مساوى قاعدەلر اوزرنده واقع اح اسطوانەسيله ءم منشورينك ارتفاعلرى دخى مساوى اولسه اح ءم جسملرى بربرينه مساوى اولورلر ✱ زيرا اشبو جسملر قاعدەلرينه موازى ومساوى بعدلردن بر مستوى ايله قطع اولندقده ءص ع مقطعى اب قاعدەسنه فق ص مقطعى ءهو قاعدەسنه مساوى اولور (د ع) لكن اب قاعدەسى ءهو قاعدەسنه بالفرض مساوى اولديغندن ءص ع مقطعى دخى فق ص مقطعنه مساوى اولور وبو مثللو اثبات اولنور كه قاعدەلردن مساوى بعدلرده اولان هرقنقى آخر مقطعلر بربرينه مساوى اولوب اح اسطوانەسنده واقع هرمقطع ءم منشورنده اولان هرمقطع نظيرينه مساوى اولديغندن اشبو مقطعلر مجموعندن حاصل اولان جسملر دخى بربرينه مساوى اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبيه منشورلر ايچون هرنه نسبت اثبات اولندى ايسه اول نسبت بعينه اسطوانەلرده دخى جاريدر زيرا قاعدەلرى وارتفاعلرى مساوى اولان منشورلر اسطوانەلره مساويدر

✱دعوى ك نظرى✱

هر مخروطك قاعدەسنه موازى بر مستوى ايله قطع اولنسه مقطعك قاعدەيه نسبتى انلرك رأسندن بعدلرى مربعلرينك بربرينه نسبتى كبى اولور

مثلا ءاح مخروطى اح قاعدەسنه موازى بر مستوى ايله قطع اولندقده حاصل اولان هور مقطعنك اح قاعدەسنه نسبتى انلرك رأسندن بعدلرى مربعلرينك بربرينه نسبتى كبى اولور ✱ زيرا

دح عمودی اقامه اولنوب دط محورندن مرور ایدن حدط
بدط مستویلری مقطع مرقومی ب و ر نقطه لرنده قطع ایلسه
هور مقطعی اح قاعده سنه بالفرض موازی اولوب انلری دخی
بح ی مستویلری قطع ایلدیکندن حر خطی طح خطنه
حو دخی طب خطنه موازی اولور (٧ م) امدی دطب دبو
مثلثلری متشابهین اولوب دطح دحر مثلثلری دخی متشابهین
اولدیغندن نسبهٔ بو الی طب کنسبهٔ دب الی دط یاخود
کنسبهٔ حر الی طح اولوب (٦ ٤) طب طح نصف قطرلری
بربرینه مساوی اولمغین بو حر دخی متساویین اولورلر (٥ ب)
وبومثللو اثبات اولنورکه هور مقطعنک ب نقطه سندن
محیطنه دکین خروج ایدن جمیع خطوط مستقیمه بربرینه مساوی
اولمغین هور شکلی دائره اولور امدی نسبهٔ دص الی دح کنسبهٔ دب
الی دط یاخود کنسبهٔ بو الی طب اولدیغندن مربع دص:
مربع دح:: مربع بو: مربع طب اولور (٦ نتیجکه) لکن
مربع بو: مربع طب:: دائرهٔ هور: دائرهٔ اح اولمغین
(نتیجکه) نسبهٔ مربع دص الی مربع دح کنسبهٔ مقطع هور
الی قاعدهٔ اح اولوب (٥ ١١) مطلوب ثابت اولور

نتیجه هر مخروط قاعده سنه موازی بر مستوی ایله قطع اولنسه
حاصل اولان مقطع دائره اولور

تنبیه اکر مخروط مرقوم قائم اولور ایسه دح
عمودنی اقامه یه حاجت اولیوب نسبهٔ مربع دب الی مربع
دط کنسبهٔ مقطع هور الی قاعدهٔ اح اولور

❋ دعوی ٤ نظری ❋

قاعده لری وارتفاعلری مساوی اولان مخروطلر ایله اهرام بربرینه مساویدر

مثلا

مثلا ا ب ج هـ و ر ح قاعده لريله ى ب ك ط ارتفاعلری متساوی اولان د ا ب ج مخروطی ك هـ و ر ح اهرامنه مساویدر * زیرا رأسلرندن د ص ب ك ع مساوی بعدلرده قاعده لرینه موازی بر مستوی قطع ایلدکده نسبة مربع د ص الی مربع د ب کنسبة مقطع ل م ن الی دائرة ا ب ج وکذا نسبة مربع ك ع الی مربع ك ط کنسبه مقطع ش ف الی قاعدة هـ ر اولور (٥، ٥) امدی د ص ب د ب خطلری بالفرض ك ع ك ط خطلرینه نظیر نظیره مساوی اولوب انلرك مربعلری دخی نظیر نظیره مساوی اولدیغندن (٢ ب) نسبة مقطع ل م ن الی دائرة ا ب ج کنسبة مقطع ش ف الی قاعدة هـ ر اولور (٥ ١) لکن ا ب ج قاعده سی هـ ر قاعده سنه بالفرض مساوی اولدیغندن ل م ن مقطعی دخی ش ف مقطعنه مساوی اولور (٥ ب) وبو مثللو اثبات اولنورکه رأسلرندن مساوی بعدلرده واقع هر نقی آخر مقطعلر بر برینه مساوی اولوب مخروط مرقومده اولان هر مقطع اهرام مزبورده واقع هر مقطع نظیرینه مساوی اولدیغندن اشبو مقطعلر مجموعندن حاصل اولان د ا ب ج مخروطیله ك هـ و ر ح اهرامی بر برینه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوی ک نظری

بر قاعده ده وبر ارتفاعده واقع هر مخروط اسطوانه نك ثلثیدر

مثلا بر قاعده ده وبر ارتفاعده واقع هـ ا ب مخروطی د ا ب ج اسطوانه سنك ثلثیدر * زیرا ط و ر اهرامیله ط و ر ح منشورینك قاعده لری وارتفاعلری مخروط مرقوم ایله اسطوانه مزبوره نك قاعده لری وارتفاعلرینه مساوی اولسه د ا ب ج اسطوانه سی ط و ر ح منشورینه مساوی اولمغین (ط) هـ ا ب مخروطی دخی ط و ر اهرامنه مساوی اولور (کا) امدی ط و ر اهرامی ط و ر ح

منشورينك ثلثى اولديغندن (نتيجه ٢) هابج مخروطى دخى دابج
اسطوانه سنك ثلثى اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبيه ١ كرك اهراملرو كرك منشورلرو كرك اسطوانه‌لر ايچون نظير نظيره نسبتلرى سابقا هرنه وجه اوزره اثبات اولندى ايسه بونه اول نسبتلر مخروطلرده دخى جاريدر زيرا برقاعده‌ده و بر ارتفاعده بولنان مخروطلر اسطوانه‌لرك ثلثيدر

تنبيه ٢ بودخى معلوم اولاكه كرك مخروطات وكرك اسطوانات متشابهه‌لرك نظير نظيره نسبتلرى انلرك قاعده‌لرينك قطرلرى ياخود ارتفاعلرى مكعبلرينك بربرينه نسبتلرى كبيدر زيرا بونلرده مضلع نظير اصطلاحى مستعمل دكلدر اوليدن شكل مرقوملرك ضلعلرى بربرينه قاعده قطرلرى ياخود ارتفاعلرى مستعملدر

* دعوى ٤ نظرى *

هركره بر مستوى ايله قطع اولنسه حاصل اولان مقطع دائره اولور مثلا هبد كره‌سى بر مستوى ايله قطع اولنسه حاصل اولان بدى مقطعى دائره اولور * زيرا هج محورندن مرورايدر اج ادج مستويلرى بدى مقطعنه عمود فرض اولنوب بد خطى دخى رسم اولنه بعده اى ور وصل اولندقده مستويين مذكورينك هربرى بدى مقطعنه بالفرض عمود اولديغندن او فصل مشتركى دخى مقطع مرقومه عمود اولور (٧ يد) امدى اب‌و مثلثندن اب او ضلعلرى ادو مثلثندن اد او ضلعلرينه نظير نظيره مساوى اولوب اوب اود زاويه‌لرى دخى قائمه اولمغين وب ضلعى ود ضلعنه مساوى اولور (٣ نتيجه) وكذا اىو مثلثندن اى او ضلعلرى ادو مثلثندن اد او ضلعلرينه مساوى اولوب اوى اود زاويه‌لرى قائمه اولديغندن وى دخى ود ضلعنه مساوى اولوب وى وب ود

خطلرى

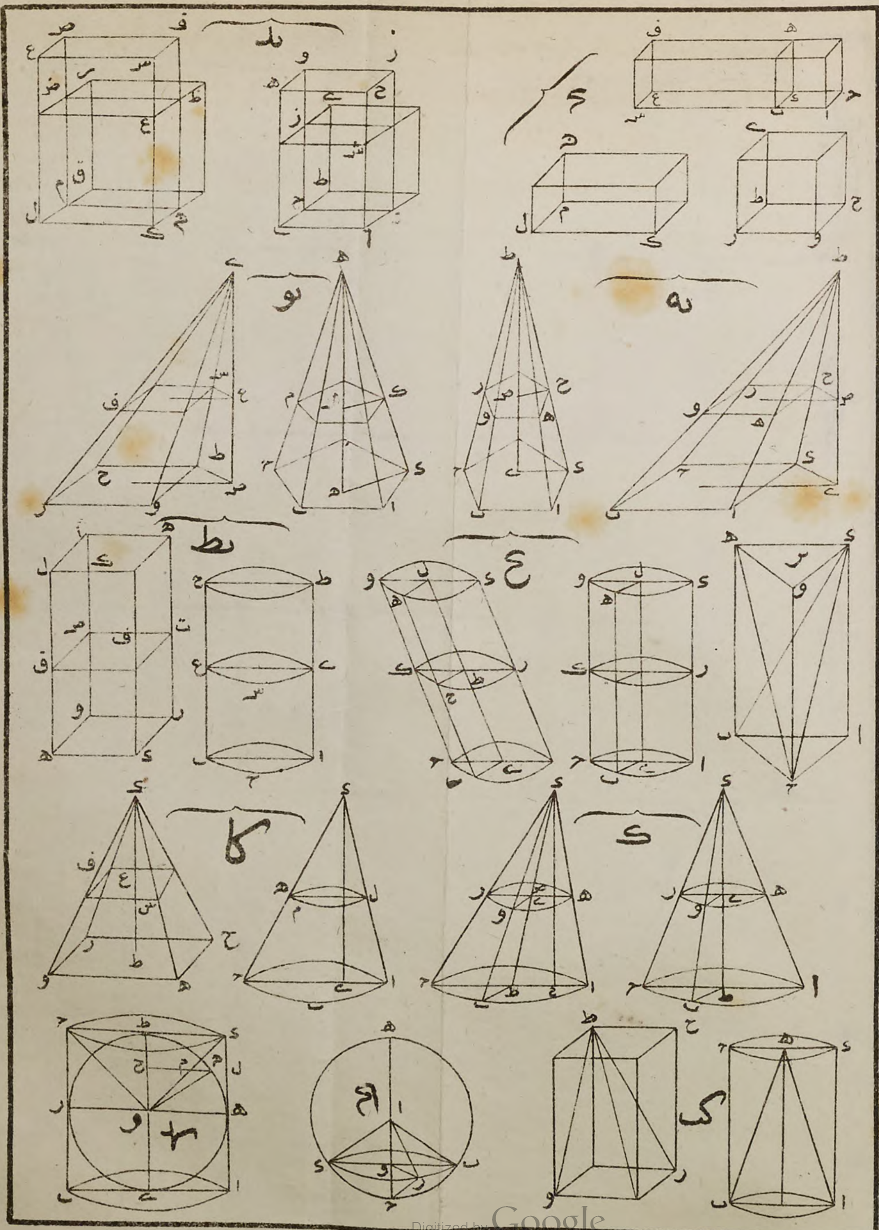
خطلری بربرینه مساوی اولورلر وبو مثللر اثبات اولنورکه مقطع مذکورلک و نقطه سندن محیطنه دکین خروج ایدن جمیع خطوط مستقیم بربرینه مساوی اولمغله سری مقطعی دائره اولوب مطلوب ثابت اولور

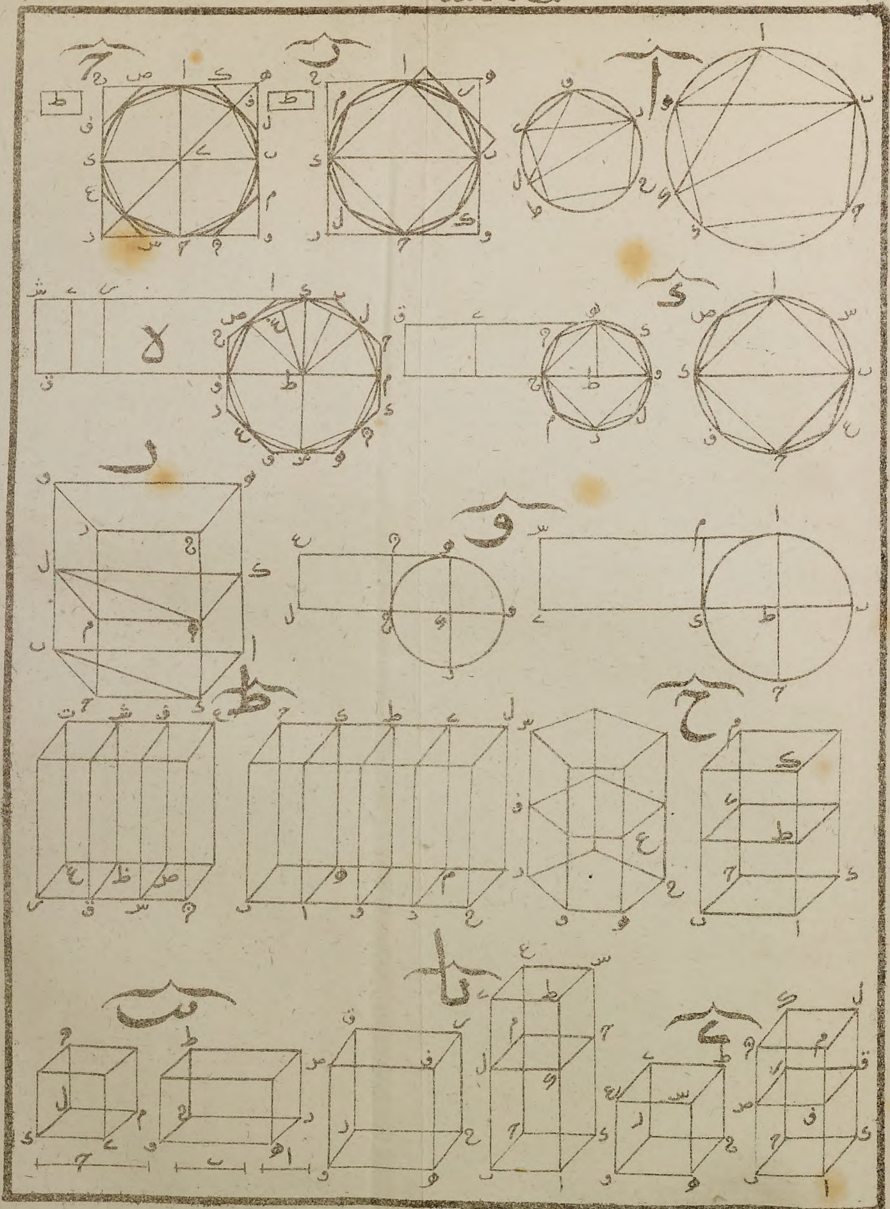
نتیجه هرکره مقطعنک مرکزی دائما قطر کره اوزرنده واقع اولور

✱دعوی ٧ نظری✱

هرکره کندی اوزرینه مرسوم اسطوانه نک ثلثانیدر مثلا طهدر کره سی کندی اوزرینه مرسوم ا ح اسطوانه سنک ثلثانیدر * زیرا و مرکزندن مرور ایدن طدره دائره سی کرهٔ مرقومه نک مقطعی اولوب اسطوانهٔ مزبوره نک دح یاخود اب قاعده سنه موازی لح مستویسی اعمال اولنه بعده وه وق وی وط وصل اولندقده وط محور اعتباریله اوزرنده هط مربعنک دورانی توهمندن هح اسطوانه سی حاصل اولوب وهط ربع دائره سی دورانی توهمندن هر طه نصف کره سی حاصل وکذا وط مثلثی دوراتندن دخی وح مخروطی حاصل اولور امدی وحق مثلثی قائم الزاویه اولوب وح دخی حم خطنه مساوی اولدیغندن وح حق مربعلری مجموعی یاخود حم حق مربعلری مجموعی وق مربعنه مساوی اولور (٢ مد) لکن وق خطی وه یاخود حل خطنه مساوی اولدیغندن حم حق مربعلری مجموعی حل مربعنه مساوی اولور یعنی حم حق نصف قطرلری اولان مقطعلرک دائره لری مجموعی حل نصف قطری اولان مقطعک دائره سنه مساوی اولور (نتیجه ٢) وبو دخی ثابتدر که لح مستویسی دائما کندویه موازی اولدیغی حالده هر نه محلده بولنور ایسه اشبو مذکور مقطعلر مجموعندن حاصل اولان وح مخروطیله

هرطه نصف کره سی اخر مقطعلری مجموعندن حاصل اولان
هح اسطوانه سنه مساوی اولوراکن وده مخروطی هح
اسطوانه سنك ثلثی اولدیغنـدن (ک) هرطه نصف کره سی
دخی ثلثان باقی یه مساوی یاخود طهـر کره سنك کلیسی داح
اسطوانه سی کلیسنك ثلثانه مساوی اولوب مطلوب ثابت اولور
نتیجـه ۱ برقاعده ده وبرارتفاعده واقع اولان مخروط وکره واسطوانه
علی الترتیب بربرینه نسبتی اشبو ۱ و ۲ و ۳ عددلرك بربرینه نسبتی کبیدر
نتیجـه ۲ هرکره اوزرینـه مرسوم اسطـوانه لرك نسبتی انلرك
قاعده لرینك قطرلری مکعبلرینك نسبتی کبی اولوب (۱ تنبیهـه)
قاعدهٔ مرقومه لرك قطرلری کرهٔ مذکوره لرك
قطرلرینه مساوی اولدیغندن کره لرك
نسبتی انلرك قطرلری مکعبلرینك
نسبتی کبی اولور





درون اصولده ظهور ایدن ملحوظات واعتراضات

❋ مقالهٔ اولی ❋

معلوم اوله که عند الحکماء کم دیدکاری برعرضدرکه کندی ذاتنده قسمتی قبول ایده وبو قسمتدن مراد کرك وهما یعنی کندوده برشیئك غیری شیء آخر فرضی ممکن اولمق طریقیله اولسون وکرك فعلا یعنی فك وقطع طریقیله اولسون بو ایکیسندن اعمدر یاخود کم دیدکاری برعرضدرکه کندی ذاتنده مساوات وغیر مساواتی قبول ایده ویاخود کم دیدکاری برعرضدرکه عادی مشتمل اوله دیو تعریف اولنوب بو تعریفلر ایله معرف اولان کم مرقوم دخی یا منفصل ویا متصل اولور اما کم منفصل اولدرکه کندوده فرض اولنان اجزاری بیننده فصل مشترك ملحوظ اولمیه عدد کبی مثلا اون عدد ایکی قسمه تقسیم اولنوب برقسمی التی وقسم آخری درت اولسه التنجی عدد التیدن جزء اولوب انده داخل ودردندن خارج اولمغین اقسام عدد بیننده فصل مشترك بولنمدیغی ظاهر اولور اما کم متصل اولدرکه کندوده فرض اولنان اجزاری بیننده فصل مشترك ملحوظ اوله بودخی ایکی نوعدر نوع اول کم متصل غیر قار الذاتدرکه کندوده فرض اولنان اجزاری خارجده ثابت اولمیه زمان کبی اشبو زماندن هر کچمش ایله کلجك بیننده ملحوظ فصل مشترك آن تسمیه اولنان شیدر ونوع ثانی کم متصل قار الذاتدرکه کندوده فرض اولنان اجزاری خارجده ثابت اوله مقدار کبی امدی مطلق مقدار اوچ قسمدر زیرا مقدار مرقوم اکر اوچ جهتده یعنی طولا وعرضا وعمقا انقسامی قبول ایدر ایسه اکا جسم تعلیمی تسمیه اولنوب نهایتی سطح اولور واکر ایکی جهتده یعنی طولا وعرضا انقسامی قبول ایدر ایسه اکا سطح تسمیه اولنوب نهایتی خط اولور واکر بر جهتده یعنی کندوده

عرض

عرض وعمق بولنمیوب فقط طولا انقسامی قبول ایدر ایسه اکا خط تسمیه اولنوب نهایتی نقطه اولور بو تقدیرجه جسم تعلیمی مقسوم وسطح مقسوم وخط مقسوم بونلردن علی الترتیب هر ایکی قسملری بیننده ملحوظ فصل مشترک سطح وخط ونقطه اولور قالدیکه کم متصل کرک غیر قار الذات وکرک قار الذات بونلردن هر قنقسینک ایکی قسملری بیننده ملحوظ فصل مشترک دخی وضع صاحبی برشیدر که قسمین مرقومینه مناسبتی برابر اوله مثلا برخطک ایکی قسمنه قیاسا نقطه کبی زیرا اول نقطه خط مزبورک بر قسمنه بدایت وقسم آخرینه نهایت یاخود ایکیسنه بردن بدایت ویا ایکیسنه بردن نهایت اولوب اعتبارات حسبیله مختلفه اولمغین نقطهٔ مزبوره نک اول ایکی قسمدن برینه اختصاصی قسم آخرینه اختصاصنک غیری اولمیوب بلکه ایکیسنه بردن مناسبتی علی السویه اولمقدر وکذا برسطحک ایکی قسمنه قیاسا خط وبرجسم تعلیمنک ایکی قسمنه قیاسا سطح وبرزمانک ایکی قسمنه قیاسا آن دخی بویله دریعنی بونلردن هر بری فصل مشترک واقع اولوب ایکی قسملرینه بردن اختصاص ومناسبتلری علی السویه اولمقده نقطه کبیدر والحاصل فصل مشترک مزبور فصل مشترک واقع اولدیغی شیئنه نوعده مخالف اولمق واجبدر زیرا اول فصل مشترک قسمیندن برینه ضم وقسم آخرندن طرح ایله اول قسملر اصلا نه زیاده ونه ناقص اولورلر اگر زیاده ویا ناقص اولسه ایدی فصل مشترک مذکور مقدار مقسومدن جزء آخر اولوب برمقداری ایکی قسمه تقسیم ایتمک اوچ قسمه تقسیم واوجه تقسیم بشه تقسیم وهکذا اولورایدی بوایسه بالبداهه باطلدر اولسیدن نقطه خطدن جزء اولمیوب بلکه خطده برعرضدر وکذا سطحه قیاسا خط وجسم تعلیمیه قیاسا سطح دخی بویله در یعنی فصل مشترکلر فصل مشترک واقع اولدقلری شیلردن جزء اولمیوب بلکه اول شیلرده

بر عرض اولدقلرندن فصل مشترك مزبورك نوعی مقدار مقسوم نوعنه مخالف اولدیغی ظاهر اولور بودخی معلوم اوله که مطلق کم تقسیم اخرایله ایکی قسم اولور برقسمی کم بالذاتدرکه کندی نفسنده کم اوله نتکم بومقامه کلنجیه دکین ذکر وتفصیل اولندی وقسم آخری کم بالعرضدرکه کندی نفسنده کیت اعتبار اولنمیوب کم بالذات آخره عروضی حسبیله اوله بودخی دردردر اولکی کم بالعرض اولشیدرکه کم بالذاته حلول ایده زمان کبی زیرا زمان هرنقدر کندی نفسنده کم متصل بالذات اولسه دخی مقدار حرکه اولدیغندن حرکه ایله قائم اولور حرکه دخی کم متصل بالذات اولان مسافه یه منطبق اولمسی حسبیله زمان مرقوم مسافه یه منطبق اولور بوتقدیرجه زمان مذکور مسافه ایله تقدیر اولنوب برفرسخ زمان وایکی فرسخ زمان دینلدیکندن زمان مزبور کم متصل بالذات اولان مسافه تحتنده داخل اولوب کم متصل بالعرض اولور وکذا مسافه یه منطبق اولان حرکه سنین وشهور وایام وساعاته تقسیم اولندقده زمان مزبور ایچون دخی انقسام عارض اولوب کم منفصل بالعرض اولور ایکنجی کم بالعرض اولشیدرکه کم بالذاته محل اوله جسم طبیعی ایله معدود کبی زیرا جسم طبیعی کم متصل بالذات اولان جسم تعلیمی ایچون محل معدوددخی کم منفصل بالذات اولان عدد ایچون محل اولوب کم بالعرض اولورلر اوچنجی کم بالعرض اولشیدرکه کم بالذاتك محلنه حلول ایده مشمول آلاجه نك بیاضی سیاهندن اکثردر دینلدیکی کبی زیرا بیاض مزبور کم بالذات اولان جسم تعلیمینك محلی اولان جسم طبیعی یه حلول ایلدیکندن کم بالعرض اولور دردنجی کم بالعرض اولشیدرکه کم بالذات عارض اولدیغی شیئه متعلق اوله اشیاده مؤثره اولان قوت کبی زیرا قوت مزبوره عدد ویا زمان حسبیله زیاده ونقصان اولمسی کندی نفسنده کم بالذات

اولدیغندن

اولدیغندن اولیوب بلکه اول قوتدن صادر اولان اثره کم بالذات
اولان عدد ویا زمان یوشدن زیاده ونقصان عارض اولمسی
اعتباریله درکه کم برقوتك اثری عدد ویا زمان حسبیله زیاده ونقصان
اولسه اثر مرقوم ایچون مبدأ ومتعلق اولان قوت دخی عدد ویا زمان
یوشدن زیاده ونقصان اولوب کم بالذات خواصیله متصفه اولمغین
قوت مرقومه کم بالعرض اولور امدی مانحن فیهمزدن اولان
فن هندسه برعلمدرکه من حیث التقدیر احوال مقادیردن بحث ایدوب
مقادیر مزبوره دخی جسم تعلیمی وسطح وخط اولمغین علم هندسه
بونلرك عوارض ذاتیه لری اولان قسمت وهمیه وفعلیه ویا مساوات
وغیر مساوات قبولندن بحث ایتدیکین اقسام کم تفصیل وبیان
وبو اقسامدن موضوع فن مذکور مقدار اولدیغی کشف وعیان
اولنوب مقدار مرقومك دخی عوارض ذاتیه سنی اعلام ایچون تفهیم
ما فی المرام ضمننده باعث تطویل کلام اولمشدر فافهم ذلك

❋ حد ۱ ❋

نقطه وخط وسطحك تعریفلری جسمدن تولد ایدوب جسمك
تعریفی تقدیم اولنمدقجه انلر منفهم اولنه مدقلرندن طریق معتادلك
عکسیله بدأ اولنمشدر لکن اقلیدس جسمك تعریفنی اونبرنجی
مقاله سنده ذکر ایلمسی جسم ایله تعریف مقالهٔ واحده ده بولنمسی
مراد ایلدیکی کرکدر امدی بو مثللو ترتیباتك تقدیم وتأخیری
جائز اولدیغندن دائما واضح واشکار طریق ایله ذکری
انسب واشیانك نظام طبیعیسنه نظر اولنمسی الزمدر

❋ حد ۲ و ۳ و ٤ ❋

بوندن اقدم ذکر وتفصیل اولنان برنجی تعریف وساطتیله

بو تعریفلر بر وجهله واضح وآشکار اولور که بو محلده اندن زیاده کشف وایضاحه اشتغال عبثدر

❋ حد ٨ ❋

اقلیدسک زاویه حقنده ایراد ایلدیکی تعریف اعمه وارد اولان اعتراضاتنده اصابت اولنمشدر زیرا خط مستقیم ایله خط منحنی بیننده بر مقیاس مشترک اولمدیغندن ایکیسنک تلاقیسندن حادث اولان زاویه‌دن دخی اصلا بحث یوقدر وتعریف مذکور غالبا علم هندسه‌ده بی بهره بر مترجمک علاوه‌سی اولوب علم مذکورده بو مثللو زاویه نک برفائده‌سی اولمدیغندن ترک اولنمشدر

❋ حد ٩, ١٠ ❋

اقلیدس زاویهٔ قائمه ایله خط عمودی تعریف واحده‌ده جمع ایلمسی مشوشدر زیرا هر نقدر بریک دیکرندن متولد ایسه‌ده دخی ینه منفرد شیلر اولمغین نتکم دائره ایله قطر بشقه بشقه تعریف اولندیغی مثللو بونلر دخی منفردا تعریف اولنمسی لازمدر

❋ حد ١٤ ❋

بعض مهندسین دائره نک امکان خارجیسنی ارائه قصدیله سطح مستوی اوزرنده برخط مستقیم محدودک برنهایتی ثابت قلنوب اولخطک سطح مزبور اوزرنده دور وحرکتندن حاصل اولان شکله دائره ونهایت ثابته نقطه‌سنه مرکز ونهایت اخراسنک رسم ایلدیکی خط منحنی یه محیط تسمیه ایدوب دائره ایچون تعریف وضع ایلمشلردر لکن اقلیدسک تعریفی هر حالده مختصر ومفید اولوب فهمی آسان اولدیغندن بو مقامده دخی وضع واختیار اولندی قالدیکه اقلیدس دائره تعریفنده نصکره قطری ذکر ایدوب قطر مرقوم دائرهٔ

مزبوره‌یی تنصیف ایدردیمسی نامعقول کلامدر زیرا اثباته محتاجدر

✻ حد ٢٣ ✻

خطوط متوازیه اولدرکه الی غیر النهایه اخراج اولنسه‌لر بربرینه اصلا تلاقی ایتمیه‌لر دیو فقط بو خاصه ایله اقلیدسک تعریف ایلسنه فضلای مهندسیندن چوق کمسنه اعتراض ایدوب فقط تلاقی‌یی نفی ایله خطوط متوازیه خواصندن هیچ برخاصه متولد اولامزدیدکاری کلاملری مردوددر زیرا تعریف مذکور خطوط متوازیه خواصندن عقلاً کشف وتجویز ایده‌بیلدیکی واضح وذهنه قریب برخاصه تعریفی اولدیغندن معلق وذهنه بعید اولان خواص سائره تعریفلرندن اشمل وارجحدر قالدیکی برخط مستقیم خطین مستقیمین آخرینی قطع ایدوب خط قاطعک برطرفنده داخلده بولنان ایکی زاویه مجموعی ایکی قائمه‌دن اقل اولسه خطین مرقومین اولطرفه اخراج اولنسه‌لر بربریله تقاطع ایدرلر دیو ایراد اولنان مسئله‌نک قائلی اقلدسمی یاخود باشقه برکسنه‌می ایدی حالا نامعلوم اولوب انجق قائلی هرکیم ایسه اولمسئله‌یی علوم متعارفه‌دن عد ایلمسی اصول هندسه شاننه شایاندر زیرا بومسئله مسائل سائره کبی اثباته محتاجدر حال بوکه مسئلهٔ مذکوره‌یی طالب هر وجه لایقی اوزره اول امردن تسلیم ایتمکده کل دائما قبولنده تردد اوزره اولوب مفهومنه دخی صریحا انتقال ایده‌مدکلرندن مسئلهٔ مذکوره ترک اولنوب یرینه درد نجی اصول موضوعه وضع اولنمشدر

✻ دعوی ا ✻

عملی تعبیر اولنور بودعوی برهاننده ایکی دائره‌نک تقاطعنه متعلق کلامی اقلیدس بلامناسبت ترک ایلمشدر قالدیکه بونوع عملارده برشی هرنقدر واضح ایسه دخی اول امردن تسلیم اولنیوب دقت اوزره کشف وایضاحی لازمدر کرچه ایکی دائره بربرینک مرکزلرندن مروری

اولدائره لرك تقاطعلرینه دلیلدر انجق برهان دعواده ذکر اولنمسی لازمدر

✱ دعوی ب ✱

عملی تعبیر اولنور بودعواده بروقلس نام مهندس وسائرلری ملاحظه لرنجه ا نقطه سنك موضعنه كوره اختلاف وقوعنی بیان ایلمشلردر لکن ا نقطه سی خط مستقیم محدودك ایکی نهایتلرندن بریسی واقع اولسه فقط بوصورتده مختلف اعتبار اولنوب ا نقطه سندن ب ح بعدیله رسم اولنان دائره نك هرقنغی نصف قطری خط مطلوب اولور واكر ا نقطه سی سائر موضعلرده بولنور ایسه یعنی كرك ب ح خطی اوزرنده وكرك خارجنده واقع اولسه ینه عمل وبرهانی بعینه بزم بیان ایلدیکمز كبیدر لکن اقلیدس ایله اختلافمز اولدر كه بزلر اولا ر ه و دائره سنی رسم ایدوب بعده ا د خطنی اخراج ایده رز زیرا بوخصوص دعوای مرقومك شروطنه اوفقدر

✱ دعوی ح ✱

بودعوانك عمل وانشاسنده ا د خطی بعضا ا ب خطی اوزرینه منطبق اوله بیلدیکندن اول آنده مطلوب حاصل اولور وكذا ح ا ب خطلری ا نقطه سنده ملاقی اوله بیلدکلرندن نقطهٔ مرقومه دن ح بعدیله رسم اولنان دائره ا ب خطندن جزء مطلوبی قطع ایدر وبوحال كلیتك بشنجی دعواده واصول هندسه نك بعض محللرنده ظهور ایلدیکندن حال مذکوری ذکر وایراد لازمدر امدی خطین مرقومین اشبو ایکی حالت غیری هر نوجهله واقع اولسه ایدی اولزمانده اقلیدسك كرك بناسی وكرك برهانی عودا اوزره اولور ایدی

✱ دعوی د ✱

بودعوانك برهانی حقنده چوق كره عالیدر دیو اعتراض اولنمشدر

لکن

لكن بو اعتراض واهيدر زيرا بر مثلثي مثلث آخر اوزرينه تطبيق توهمي وتصور ايدر بالفعل دكلدر قالديكه بو مثللو اشكالك بر برينه مساواتي اثبات ايچون بوندن غيري طريق اولمديغندن باب معارضه مسدوددر

✻ دعوى ه ✻

بو دعوانك برهاننده تحت القاعده واقع اولان زاويه لرك بر برينه مساوي اولديغني اقليدس انجق يدنجي دعواسنك اثباتي ايچون ذكر وايراد ايلمشدر لكن اقليدسك يدنجي دعواسندن برفائده مستفاد اولمديغندن ترك اولنوب فوق القاعده بولنان زاويه لرك مساواتني اثبات ايلمك بو دعوانك انفع خواصندن اولمغين فقط بو خاصه يي ذكر ايله اكتفا اولندي

✻ دعوى و ✻

اقليدسده بو دعوانك برهاني بي ترتيب وناقصدر زيرا بر ضلعك ضلع آخردن فقط اطول اولديغني بيان ايتمك كافي اولميوب بلكه ضلع آخر مرقومدن اقصر اولديغني دخي بعد البيان انلرك مساواتي ثابت اولور وبو اعتراض اقليدس اصولنك برقاچ دعوالري حقنده دخي واردر

✻ دعوى ز ✻

بو دعوى اقليدسك سكزنجي دعواسيدر لكن قطعا برفائده مستفاد اولميان دعواي سابقه سنك ترك اولنمسي ايچون اشبو دعوى طور آخر اوزره اثبات اولنمشدر بروقلس نام مهندس دخي بو دعوايي طور مذكوره يقين اثبات ايدر لكن اثبات مرقوم عموما اوزره اولمق ممكن ايكن مهندس مزبور اوچ قسمه تقسيم ايلمشدر حالبوكه مثلثلرك اطول اولان ضلعلري ياخود اقصر اولميان ضلعلري بر برينه تطبيق اولندقده انواع مثلثاتده اشتباه وقوعي دفع اولوب اوچ قسمه انقسامي دخي رفع اولور

❋ دعوی ح ❋

بودعوی فی الحقیقه علوم متعارفه دن دکل ایکن اقلیدسڭ علوم متعارفه دن عدایلمسی نامعقولدر زیرا هرایکی زاویهٔ قائمه بربرندن منفصل ومنفرد شکللرده بولنوب اول ایکی زاویه لرڭ مساواتنه دائرنه حدوددونه اصول موضوعه ده اصلا برحکم اولمدیغندن سائردعوالر مثللو اثباتنه محتاجدر

❋ دعوی س ❋

بودعوانڭ بناوانشاسنده استعمال اولنان دائره خطمحدودی ایکی نقطه ده قطع ایده جکنی اقلیدس بیان واثبات ایلمشدر حالبوکه بونڭ عکسی مثابه سنده اولان اوچنجی مقاله نڭ ایکنجی دعواسی نوجهله اثبات اولندی ایسه آنڭ مثللو بودخی برهانه محتاج اولدیغندن دعوای مرقوم طورآخراوزره اثبات اولنمشدر

❋ دعوی یح ❋

اقلیدس بودعوانی تنظیمده ایکی طرفنده حادث اولان زاویه لریا ایکی قائمه دریاخود مجموعی ایکی قائمه یه مساویدر دیو تردید اوزره ایرادوبیان ایلدیکی کلامڭ شق اولی عبث قبیلندندر زیرا اولزاویه لردن هربری کرڭ زاویهٔ قائمه اولسونلر وکرڭ اولمسونلر ینه هرحالده مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولدیغندن تنظیم دعواده فقط شق اخیر ایله اکتفا اولنمشدر

❋ دعوی لو ❋

بومقاله ده یکرمی سکزنجی واقع اولان دعوای اعمڭ جزئی مثابه سنده کائن اشبواوننجی دعوی فی الحقیقه اصول هندسه دن طرح

اولنمق

اولمق لايق ايدی لكن بونك عقبنده ذكر اولنان دعوی ايله خطوط متوازيه يه متعلق دعوالرك اولكيسی بونسز قابل اثبات اولیوب دعوای اعم مرقومه دن دخی ترتيبده مقدم واقع اولدقلرندن اشبو اون التنجی دعوی على حاله وضع وابقا اولندی قالديكه اقليدسك مقاله اولسنده واقع اون يدنجی دعواسی ينه اقليدسده اوچنجی مقاله سنك اون سكزنجی دعواسی اثبات ايچون اولوب دعوای اعم مذكوره دخی حواله ايله برهانی تكميل اولديغندن آنك اون يدنجی دعواسی برفائده يی مفيد وبرنتيجه يی منتج اولميوب عبث اولديغی حالده باقی قالمغين اشبو اصول هندسه دن طرح اولنمشدر

دعوی ٤

پروقلس نام مهندس حاشيه سنده نقل ايدوب ديركه اپيكورس نام فيلسوفه تابع اولنلر بطريق الاستهزاء بودعوی حمارلره دخی رايكان اولديغندن اصلا اثباته محتاج دكلدر ديدكاری كلامك جوابنده مهندس مزبور ديمشدركه برمثلثدن هرايكی ضلع مجموعی اوچنجيدن اطول اولمسی هرنقدر آشكار كورينور ايسه دخی ينه بطريق الهندسه سببی نمايان اولمق لازمدر امدی بودعوی ايله بونك امثالی سائر واضح وآشكار دعوالر حقنده وارد اولان تعريضاته جواب باصواب اولدركه بومثللو دعوالر اثبات اولنمديغی تقديرده علوم متعارفه دن عد اولنوب بلالزوم علوم متعارفه نك تكثيری لازم كاوراولسبيدن دعاوی مذكوره لرك اثباتلری نمايان اولمسی غنی عن البياندر

دعوی يط

اقليدسده بودعوانك برهانی غايت ناقصدر زيرا دعوای مذكوردن مقصد اولدركه شرط مفروض اوزره بولنان اوچ خط مستقيمدن

برمثالث رسم ایتمکدر اقلیدس ایسه کرك انشاسنده وکرك برهاننده بو شرطی ترك ایلدیکندن ذکر وایراد ایلدیکی قیاسلر واندن استخراج اولنان نتیجه‌لر بالجمله هفوات قبیلندن اولور

*** دعوی ٥ ***

اقلیدسك بعض نسخه‌سنده اشبو دعوی زیلنده ایکی نتیجه موضوعدرکه ایکنجیسی دخی دعوای مرقوم مثللو وبلکه اندن زیاده مغلقدر واصول هندسه‌ده موجود اولان نتیجه‌لر اقلیدس طرفندن وضع اولنمیوب بلکه بعض مترجمك علاوه‌سی اولمق ذکر کدر زیرا اقلیدس نتیجه‌لر مجموعه‌سی نامیله برکتاب تألیف ایدوب اصول هندسه‌دن مستخرج نتیجه‌لرك جمله‌سی کتاب مرقومده درج ایلدیکندن اول نتیجه‌لرعن اصل اصول اقلیدسده وضع اولنمش ظن اولنمق غیرجائزدر فی الحقیقه وضع اولنمش اولسه ایدی جمیع نتیجه‌لری منفرد کتابده جمع وتألیفی عبث قبیلندن اولور ایدی ونتیجه مرقومه‌لر اولمقسزین سیاق کلام تام اولمسی دخی بوکا دلیلدر لکن برهان سابقدن وجه اسان اوزره برکلام حق ومفیدی استخراج ممکن اولدیغی صورتنده آنی نتیجه قیلمقلقده بأس یوقدر

*** دعوی ٦ ***

اقلیدسده بودعوانك اختلاف وقوعی بیان وهر بری برأسه اثباته محتاج ایدیکی نمایان اولمغین برنم یکرمی برنجی دعوی تنظیمی تبدیل سبیله اشبو اوتوز برنجی دعوی هم متوازی الاضلاعه وهم مثلثاته عمومی اولوب بوصورت ترجیح اولنمشدرقالدیکه اقلیدسك بو محللرنده تبدیلات سائره دخی واردر لکن سببلری مقاله ثانیه‌نك ملحوظاتنده ذکر اولنسه کرکدر

*** دعوی ط ***

بودعوانك اعمال واستعمالی بغایت سهل وآسان اولوب اقلیدسك

(ب و مد و مه) دعوالری فوائدینی مفید اولدیغندن انلرك یرینه وضع اولندی امدی اشبو دعوالردن غرض اصلی اولدرکه شروط مفروضه اوزره اشکال متوازیة الاضلاع رسم ایتمك ممکن ایدیکنی اثبات اولوب وبو اثباتك طرق شتی سی اولغین جمله سندن واضح واشکار اولان اشبو طریق اختیار اولنمشدر بودخی ملاحظه اولنه که اقلیدس (مد) دعواسنك بنا وانشاسیچون استعمال ایلدیکی ح ك ط متوازی الاضلاعنی مادهٔ اخری بیاننده اولان (ب) دعواسی طریقی اوزره رسم ایلماسی ممکن اولدیغندن مارالذکر (مد) دعواسی دخی حق اوزره اثبات اولنمدیغی نمایان اولور قالدیکه (مه) دعواسنك اثباتی (مد) دعواسنه مربوط اولغین انك حقنده دخی بو اعتراض جاریدر

❋دعوی لد وله❋

بو دعوالر اقلیدسك مقالهٔ سادسه سنده افادهٔ اخری اوزره تنظیم اولنوب قاعدهٔ تناسب ایله اثبات اولنمشدر لکن قاعدهٔ مرقومه غایت صعوبتلو بر ماده اولوب علم هندسه یه طالب وراغب اولانلردن چوق کسنه تناسب مزبوری کما هو حقه تحصیلنه موفق اوله مدقلرندن فوائد عظیمه یی مأمول ایله اشبو دعوالرك تنظیملری علی وجه السهوله بیان وقاعدهٔ تناسب استعمال اولنمقسزین اثبات وعیان اولندی قالدیکه مقالهٔ سادسهٔ مذکوره دن اول واقع اولان دعوالرده دخی اشبو (له) دعواسنك استعمالی الزم ومقتضی اولوب اول باول ذکر وایرادی لازمه دن اولغین بو محلده وضع وتعیین اولنمسی مناسب کورلمشدر

❋مقالهٔ ثانیه دعوی ا❋

اقلیدس بو دعوانك برهاننده اح خطلرینه موازی رسم اولنان

خطین آخرینك بربریله تلاقیلرینی برزم مقالهٔ اولیده بکرمی اوچنجی حدك ملحوظاتی درونده واقع متن اوزره اثبات ایلمسی صحیح اولیوب خطوط مرقومه‌دن مطلوب اولان مربعك حصولی دخی معلوم اولمدیغندن بومقامده عمل آخرایراد ایلمشزدرکه بواعتراضدن سالم اوله

❋ دعوی ب ، ج ، د ❋

بودعوالرك برفائده‌لری اولمامق ظنی بعضیلر عندنده محتملدر لکن دعاوی مرقومه‌دن خاصةً اولکیسی اشبو مقالهٔ ثانیه‌نك اکثر دعواسنده محتاج الیه اولوب باقیلر دخی اصول هندسه‌نك سائر محللرنده اقتضا ایلدیکندن دعاوی مذکوره‌لر هر حالده یا اثبات ویا تسلیم اولنمق امر لازمدر قالدیکه اقلیدس بومثللو حد ذاتنده واضح وآشکار اولان سائر دعوالری دقت اوزره اثبات ایتمش ایکن بودعوالری ترك ایدوب علوم متعارفه‌دن عد ایلمسی خلاف طریقیدر

❋ دعوی ٥ ❋

بودعوای اقلیدس مقالهٔ اولی سنده ایکی دعوی قیلمشدر قالدیکه هم متوازی الاضلاعه وهم مثلثاته عمومی اولوب بومحللرده بی فائده اولان سائر دعوالرك ترکنه دخی صالح اولمغین اشبو مقالهٔ ثانیه‌ده وضع وتعیین اولندی امدی بودعوانك برهانی بوندن اقدم ذکر اولنان (ب) دعواسنه متوقف ومستند اولدیغندن اشبو (ب) دعواسنك اصول هندسه‌ده فائده ولزومی مشاهده‌در

❋ دعوی د ❋

بودعوی اقلیدسده نا موجود اولوب بعض دعاوی آتیه برهانی حقنده اقتضا وبودعوی وساطتیله دعاوی مذکوره زیاده

احسن

احسن واختصار وجهه اوزره اداواثبات اولندقلرندن اشبو محلده وضع اولنمسی مناسب کورلمشدر

❋ دعوی ٢ ❋

اقلیدسده برخط مستقیمی ایکی قسمدن زیاده تقسیمنه متعلق اولان دعوالرڭ طالبلرینه اکثریا ایراث کلال وذهنلرینه خلل ویروب فائده‌لرینڭ دخی چندان شمولی اولمدیغندن اول دعوالرڭ مجموعی ترك اولنوب یرلرینه اقلیدسده اولمیان اشبو دعوای اهم وضع اولندی قالدیکه بو دعوی اصول هندسه‌نڭ اکثر مسئله‌سنده استعمالی جریان وهروجهله اعتبار واعتنایه شایان اولدیغندن اشبو محلده دخی وضع بیان اولندی

❋ دعوی ٧ و ٨ و ٩ و ١٠ ❋

بو دعوالرڭ مجموعی اقلیدسده ناموجود واکثر حالده محتاج الیه اولوب علی الخصوص منفعتلری نمایان ونظرا فتلری عیان اولان اشبو (٧ و ٨ و ٩) دعوالرڭ اصول هندسه‌ده استعماللری کثیر اولدیغندن هروجهله کتابزده وضع وتحریر اولنمسی انسبدر

❋ دعوی ١٤ ❋

اقلیدسڭ بعض نسخه‌سنده اشبو دعوی تنظیمی فقط مثلث حادالزوایایه حصر وقصر ایلمشدر حالبوکه دعوای مرقومڭ عموم وشمولی اولوب هرنوع مثلثده جریانی ظاهردر

❋ مقاله‌ٔ ثالثه دعوی ١ ❋

کرك بو دعوی وکرك اصول هندسه‌نڭ سائر دعوالرندن بعضیسی خلاف طریقیله اثبات ایلملری حقنده بعضیلر اعتراض ایلمشلر در

لکن اکثر اشیا خلاف طریقنک غیری طرق آخر ایله اثبات ممکن اولدیغی تفتیش وتفحص اوزره تحقیق ماده قیدنده اولان ارباب بصیرته پوشیده دکلدر قالدیکه بو دعوانک برهاننده معترضینک تعقل ایده مدکاری بر قصور ملحوظ اولوب یعنی موهوم وساخته اولان د مرکزی هح خطی اوزرنده دخی فرض وتعیین اولنه بلدیکندن اقلیدسک ذکر ایلدیکی برهان ناقصدر

❋ دعوی ی ❋

بو دعوی اقلیدسک اوچنجی مقاله سنک طقوزنجی دعواسیدر لکن بو مقامده دردنجی واقع اولوب غایت واضح واحسن وجهله اثبات اولنمشدر امدی اقلیدسک بعض نسخه سنده دعوی مرقومی اثبات ضمننده اختیار ایلدیکی طریقده موهوم وساخته اولان هـ مرکزی بر وجهله تعیین اولنمشدر که بو مرکزدن محیطه دکین خروج ایدن خطوط ثلثهٔ مستقیمه متساویه ایچون هر نه برهان جاری ایسه مرکز مرقومدن خروج ایدن خطین مستقیمین متساویین ایچون دخی بعینه اول برهان جاری اولدیغندن طریق مذکور ناقص اولدیغی آشکاردر

❋ دعوی یا ❋

اقلیدسک بو دعواسی اوچنجی مقاله سنک حدودندن عدایلامسی استغراب اولنور ماده دندر زیرا هر ایکی شکل بر برینه مساوی اولمق خصوصی فقط برم طقوزنجی علوم متعارفه نک افاده سندن معلومدر بو ایسه قطعا علوم متعارفه متعلقاتندن اولیوب حدوددن عدا ولنمسی دخی هر حالده خلاف اولمغین سائر دعوالر مثللو اثبات اولنمق امر لازمدر

❋ دعوى و ود ❋

بو دعوالر واقعده اقليدسك اون برنجى دعواسيدر لكن كرك شكللرك عدم انتظامدن و كرك شكل اخيرك موهوم و ساخته اولان ايكى مركزلرينى انفهامدن اكثريا طالبلر مضطرب اولدقلرندن اولكونه محذورى دفع ايچون ط، ز آخر ايله ادا اولندى قالديكه اقليدسك اشبو اون برنجى دعواسنى اثبات ضمننده ايراد ايلديكى عباره مى ناقصدر زيرا دائره لر بربرينه فقط بر نقطه ده تماس ايلديكى هنوز اشكار دكل ايكن اوزرينه بنا ايلديكى برهان دخى فسادى موجب اولمغله بو اعتراضدن سالم اولمسيچون عقيبنده كلان دعواسنى تقديم ايدوب اول دعوانى دخى اشبو اون برنجى دعواسنه حواله ايلمكسزين اثبات ايلمسى لازم ايدى قالديكه بو مثللو اعتراض اقليدسك اوچنجى مقاله سنده ذكر ايلديكى (۵ و ح) دعوالرى حقنده دخى جاريدر زيرا (۸ و و) دعوالرينى اثبات ضمننده ذكر ايلديكى وافر شيلر اثباته محتاج ايكن مجموعنى تسليم و قبول اولنمش اولمغله بو اعتراضدن دخى سالم اولمسيچون (ح و ص) دعوالرينى (۸ و و) دعوالرندن مقدم ذكر و اثبات ايلمسى لازم ايدى

❋ دعوى ط ❋

بو دعوى اقليدسك (ىد) دعواسى اولوب ايكى قسم اوزره بيان ايتمكله بر قسمك برهاننده ح ى قطرى هد وترندن اطول اولديغنى وتر آخر اولان س ع وساطتيله اثبات ايلمشدر لكن واسطۀ مرقومه سز برهان تام اولديغندن بو مقامده وجه ديكر ايله اثبات اولنمشدر قالديكه قسم آخرك برهانى دخى بعينه اقليدسك دعواى سابقه سى برهاننك طورى اوزره درتنكم ثاوذوسيوس نام مهندسك اكر رساله سى مقالاتندن مقالۀ اولبسنك التنجى دعواسنده بو ماده يى

ذکر ایدوب طور مرقوم اوزره اثبات ایلمسی بوکا دلیلدر

دعوى يج

خط مماس ایله محیط دائره بیننده و نقطهٔ تماس عندنده زاویه ظن اولنان شیئك اصلا بر فائده سی اولمیوب بو مثللو بی فائده شیلری اصول هندسه یه درج وادخال بر له شان هندسه یه شائن کتورمك جائز اولمدیغندن بو دعواده دخی اول زاویه یه متعلق بحثدن احترازا اولنمشدر امدی بعض مهندسین زاویهٔ مذکوره یی نا اهل کمسنه نك علاوه سی ظنیله اصول هندسه دن طرح واخراج ایلمرنده اصابت ایلمشلردر لکن هر نقدر زاویهٔ مذکوره یی اخراج ایلمشلر ایسه دخی ینه اقلیدسك بو دعوایی تنظیمده ذکر وایراد ایلدیکی تعبیرات غیر لازمه سی علی حاله باقی قالوب دعوای مذکورك اکثر حالده استعمالی شایان اولدیغندن اشبو واضح تنظیمی وضع وبیان ایلمشزدر

دعوى يد

بو دعوانك قسم اخیری برهاننده اقلیدس اشبو ذکر اولنه جق دعوایی قبول وتسلیم اولنمش کبی فرض ایلمشدر دعوای مرقوم

اولدرکه اکر بر مقدار آخر بر مقدارك ضعفی اولوب مقدار اولدن

طرح اولنان بر جزء مقدار آخردن طرح اولنان جزئك ضعفی اولسه

مقدار اولدن جزء باقی مقدار آخردن جزء باقینك ضعفی اولور دیو بو آنه قدر مسکوتا تسلیم اولنمش اولان اقلیدسك بو التزامی کرك علوم متعارفه و کرك مقدم اثبات اولنمش دعوالردن مستخرج اولمدیغندن التزام مرقوم هر وجهله صدددن خارج وبو مقامده ذکر وایرادی غیر جائز اولوب بو قسمك برهانی کاملا نه بر ضابطه تحتنه درج ایلمك ایچون فهمی آسان واعتراضدن مصون طرز ایله ادا ایلمشزدر

دعوى يه

✽ دعوى يه ✽

بودعوانك شكل اخيرى اقليدسده نا موجود وزاويهٔ مركزيه قوسى
دائما نصف محيطدن اقل اولوب اول شكلك اثباتنده بو مثللو
زاويهٔ مركزيه استعمالى غير ممكن وشكل مرقومى ذكر وايراد هر حالده
لازمهٔ زمت اولديغندن برهانى دخى طور آخر اوزره ادا اولنمشدر

✽ دعوى ٤ , ط ✽

بودعوالرك اولكيسى كرچه اقليدسك اوچنجى مقاله سنده اختلاف
وقوعى اولان (٢) دعواسى سياقنده در لكن بو مقامده جميع اقسامنه
عموم وشمولى اولوب واضح واشكار طريق اوزره فقط بر قسمده اثبات
اولنمشدر قالديكه بو دعوالرك ايكنجيسى مقالهٔ مزبوره ده بزم (ر)
دعوامزك يا خود اقليدسك (كا) دعواسنك عكسى اولوب كثرت
استعمالى دخى وار ايكن اقليدسك سبب تركى نا معلوم وهر حالده ذكر
واثبات اولنمسى لازم اولديغندن بو اصولده وضع وبيان اولندى

✽ دعوى ك ✽

بودعوى كرچه اقليدسك (٤) دعواسيدر لكن انك معلوميتى القطع
المتشابهة من الدوائر هى التى تقبل زوايا متساويه ديو ذكر ايلديكى
تعريفنه محتاج اولوب تعريف مذكور دخى بنه اقليدسك تبديل اوزره
ولنان (ك) دعواسى اولديغندن قطعهٔ واحده ده واقع زاويه لر بر برينه
مساوى ايديكى اثبات اولنمدقجه تعريف مزبور معلوم اولميوب بو مثللو
هر وجهله بى فائده وغير مقبول اولان تعريف بزم اصوللردن طرح
وبو تعريفه محتاج اولمق ايچون فقط تنظيم دعوى تغيير اولنمشدر

✽ مقالهٔ رابعه دعوى ح ✽

اقليدسده بو دعوانك برهانى ناقصدر زيرا رسم اولنسان خط مماسلر
بر برينه تلاقى ايده جكلرينى ذكر واثبات لازم ايكن ترك ايلمشدر

وبو مثلاوشی لازمی ترك اشبو مقاله نك بعض دعوالرنده دخی واقع اولمغين برهانلرينك اوجزلری هرمحلده تعمير اولنمشدر .

✱ دعوى ✱

آنفا ذكر وايراد اولنان اعتراض اقليدسده واقع اشبو دعوى حقنده دخی جاری اولديغندن ماعدا دعوای مرقومك كرك برهانی وكرك انشاسی هرحالده عموما وزره اولق ممكن ايكن اقليدسك بلاسبب اوچ قسمه تقسيمی عبث قبيلندن اولديغی ارباب بصيرته عياندر

✱ دعوى ط ✱

بودعوانك اثباتی اقليدسك اختيار ايلديكی برهان اوزره اولميوب بركونه ادا واثبات اولنمشدركه طالبلره فهمی آسان اولديغندن ماعدا اقليدسده ناموجود هروجهله اعتباره شايسته اولان بزم مقالهٔ ثانيه مزك (كا) دعواسی دخی استعماله صالح اوله

✱ دعوى ى ✱

اقليدسده واقع اشبو دعوى تنظيمی عن قصد تبديل اولنمشدرتا كه عقيبنده كلهجك دعوای عمليك انشاسی غايت سهل وآسان اوله امدی بزم تنظيم دعوامز محدود اولوب اقليدسك غير محدود اولديغندن تنظيم اقليدسه كوره شروط مطلوبه سنه مطابق مثلثات غير متناهيه انشاسنك امكانی لازم كلور وبو اعتراض اقليدسك بعض دعوالری حقنده دخی جاريدر قالديكه اعتراض مرقوم هرنقدر جزئيات مقوله سندن كورينورايسه ده بنه اثبات دعوا ده دقت واهتمام ايدوب بومثلاو تأليفاتده اول كونه اعتراضدن احترازامر لازمدر

✱ دعوى يا ✱

تأليف بطلميوس اولان مجسطی كتابنك مقالهٔ اولیسنده دائرهٔ مفروضه

داخلنده مخمس منتظم رسم ایلمك طریقی اقلیدسك اشبو دردنجی مقاله سنده اولان طریقدن هر وجهله آسان واقصر اولمغین اصول هندسه یه آنی درج ایلمك لایق ایدی دیو بعض شارحلر دخل ایلمشلردر وبعض آخری دخی خلافنه ذاهب اولوب اكر اقلیدس بطلمیوسك طریق انشاسنی تفكر ایلسه ایدی آنك برهانی هر حالده اون اوچنجی مقاله سنه توقف ایتدیكین اشبو دردنجی مقاله سنه وضع ایده مز ایدی دیمشلردر مع مافیه بطلمیوسك طریقی اقلیدسك اوچ اولكی مقاله لری وساطتیله اثبات ممكن اولمغین اشبو اعتراض غیر وارددر لكن اول صورتی ایراد ایلمدیكمزك سببی بودر كه آنك برهانی فی الجمله مغلق اولوب فن هندسه طالبلرینه دائما ایراث كلال ویره جكله بو مثللو مفهومنه سریعا انتقال ممكن اولمیان ماده لری اشبو تألیفدن طرح واخراج برله فن مزبور طالبلرینك حال وشانلرینه رعایت اولنمشدر

❋ مقالهٔ خامسه ❋

معلوم اوله كه اقلیدسك اشبو بشنجی مقاله سی طالبلرك فهم ایده میه جك بعض دقیق ماده لری محتوی اولدیغندن بوقته هوسكار اولنلرك اكثریسی مقالهٔ مزبوره یی یا كلیت ایله ترك یاخود مطالعه لرنده كمال مرتبه اهمال وقصور ایلدكلرندن علوم ریاضیه نك انفعی وجزء اعظمی اولان قاعدهٔ تناسبك حقایق ودقایقیله مزایاسنه واصل اوله میوب فن مرقومدن بی خبر اولورلر وبو مقاله نك اوائلنده واقع دعوالر خود بخود واضح وآشكار اولوب هر نقدر طالبلره بی فائده كورینور ایسه دخی سائر دعوالری اثباتنده اقتضا ایلدیكی اجلدن وضع واعتبار اولنمشدر امدی جمیع فنونك كمالی مهما امكن علوم متعارفه لرك تقلیلندن كلمكین بر دعوایی دعوای آخردن استخراج ممكن ایكن اول دعوایی علوم متعارفه دن قلوب بلا لزوم عددینی

تكثير ايتمك لايق اولديغى اصحاب فطانت وارباب بصيرته عيان ويياندر

✱ حد ١ ✱

بوتعريفك قسملری بری برندن امتياز اوزره فهم اولنمسيچون بومحلده بسط كلام اقتضا ايتمكين تفصيله شروع اولندی امدی بومقالهده مذكور جزءدن مراد برمقدار مقدار آخرده داخل يعنی مقدار آخرك جزء نده داخلی اولمقدر يوخسه مطلق جزئك مطلق كله قياسی دكلدر مثلا ٣ عدد ١٢ عددك جزء نده داخليدر زيرا عدد اول عدد ثانيده بتمامه درت كره موجود اولوب عدد اوله جزء نداخل وعدد ثانی يه اضعاف تسميه اولنور قالديكه ٧ عدد ١٢ عددك هرنقدر جزئی ايسه دخی انجق جزء نداخلی اولمديغندن مقدارين مذكورينده بومعناجه اولان جزء ويا اضعاف مراد دكلدر امدی بوفنك طالبلرينه فهمی اسان اولمسون ايچون امثلهسی كم منفصلدن ايراد اولنمشدركه متصلده دخی حكم بنه بويلهدر فافهم ذلك

✱ حد ٢ ✱

امدی متصلين ويا منفصلين اولان كمين متجانسين بيننده واقع نسبت اكر طرفيندن برينك طرف آخردن زياده ويا اندن نقصانلغی حسبيله ذاتا بينلرنده اولان فقط تفاضل اولور ايسه اول نسبت عدديه اولور مثلا ٤ عددك ٣ عدده ذاتا ايكی زياده وكذا ٦ عددك ٤ عدده بنه ذاتا ايكی زياده لكی كبی واكر نسبت مذكوره طرفيندن برينك طرف آخره اضافتی سببيله صفة حاصل اولان ضعفيت ونصفيت ياخود اربعة امثال وربعيت ويا بونلرك غيرسائر صفات اضافيه اولور ايسه اول نسبت هندسيه اولور مثلا ٤ عددك ٢ عدده نسبتی صفة ضعف وكذا ٨ عددك ٤ عدده نسبتی بنه صفة ضعف اولديغی كبی

والحاصل

والحاصل نسبت عدديه ايله نسبت هندسيه دن هربرى كم قسملرينك هربرنده كرچه جاريدر لكن بو تعريفده مذكور نسبتدن مراد فقط نسبت هندسيه در بوخصوصده نسبة عدديه مراد دكلدر فافهم ذلك

❋ حد ۳ ❋

بوندن اقدم ذكر و تفصيل اولنان نسبت ايكى قسم اولديغى كبى تناسب دخى ايكى قسمدر زيرا نسبت مطلقا ايكى بيننده اولوب تناسب دخى نسبتين بيننده واقع مشابهتدن عبارت اولمغين اكر نسبتين مذكورتين بيننده اولان مشابهت هربرينك ذاتنه راجع اولوب زياده ويا نقصانلغى حسبيله بينلرنده واقع فقط تفاضللك مساوانى اولور ايسه اكا تناسب عدديه تسميه اولنور واكر نسبتين مذكورتين بيننده اولان مشابهت هربرينك صفتنه راجع اولوب برى برينه اضافتى سببيله حاصل اولان ضعفيت واضعافيت يا خود نصفيت واجزائيت ويا بونلك غيرى سائر صفات اضافيه اولور ايسه اكا تناسب هندسيه تسميه اولنور معلوم اوله كه تناسب عدديه وهندسيه دن هربرى ايكشر نوع اولوب يا متصله ويا منفصله اولور تناسب متصله اولدركه كندوده حد اوسط ذاتا بر واعتبارا ايكى اوله وتناسب منفصله اولدركه كندوده حد اوسط ذاتا ايكى واعتبارا ايكى اوله امدى تناسب عدديه ده متصله يه مثال ٦ : ٤ :: ٤ : ٢ كبى يعنى بو مثالده هر مقدمك كندى تاليسى اوزرينه ذاتا ايكى زياده سى اولوب نسبتين بيننده اولان مشابهت ايكى زياده لكده اتحاد ومساواتى سببيله در عدديه ده منفصله يه مثال ١٠ : ٨ :: ٦ : ٤ كبى يعنى بو مثالده هر مقدمك كندى تاليسى اوزرينه ذاتا ايكى زياده سى اولوب نسبتين بيننده اولان مشابهت ايكى زياده لكده اتحادى سببيله در امدى تناسب هندسيه ده متصله يه مثال ٢ : ٤ :: ٤ : ٨ كبى يعنى بو مثالده هر مقدم كندى تاليسنك صفة

نصفی اولوب نسبتین بیننده اولان مشابهت نصفیتده اتحادی
سببیله درهندسیه ده منفصله یه مثال ٤ : ٢ :: ٦ : ٣ کبی یعنی بو مثالده
هر مقدم کندی تالیسنک صفة ضعفی اولوب نسبتین بیننده اولان
مشابهة ضعفیتده اتحادی سببیله در والحاصل تناسب عددیه ایله تناسب
هندسیه دن هر بری قسمی الکملک هر برنده جاری اولوب بو مقامده
سهولت اولسون ایچون امثله سی کم منفصله دن ایراد اولنمشدر
کم متصله ده دخی حکم بنه بویله در بو دخی بلنمسی لازم اولاندندر که
تناسب عددیه ایله تناسب هندسیه نک برماده ده و بر محلده اجتماعی
ممتنعدر زیرا تناسب عددیه ده هر مقدم ایله کندی تالیلری بیننده اولان
فضلارک اتحاد ومساواتی شرطدر مثلا ٦ : ٤ :: ٤ : ٢ اولدقده
بو مثالده هر مقدم ایله کندی تالیلری بیننده اولان فضلار ایکیشر
ایکیشر اولمقله متساویدر اما ایکن مقدم اول ایله تالی اول بیننده اولان
نسبت مقدم ثانی ایله تالی ثانی بیننده اولان نسبتک غیریدر تناسب
هندسیه ده ایسه نسبتلرک تشابهی لازم ایدی وکذا تناسب هندسیه ده
هر مقدم ایله کندی تالیلری بیننده اولان نسبتلرک تشابهی شرطدر
مثلا ١٦ : ٨ :: ٨ : ٤ اولدقده بو مثالده هر مقدم ایله کندی تالیلری
بیننده اولان نسبتلر ضعفیتده متشابهین ایکن مقدم اول ایله تالی اول
بیننده اولان فضل مقدم ثانی ایله تالی ثانی بیننده اولان فضلک غیریدر
تناسب عددیه ده ایسه فضلیتک مساواتی لازم ایدی اولسبیدن
تناسب عددیه ایله تناسب هندسیه نک برماده ده و بر محلده اجتماعی ممتنع
اولدیغی ظاهر اولورامدی تناسب عددیهٔ متصله خواصندندر که
طرفین معلومین مجموعنک نصفی وسطدر نتکیم مثال سابقمزده طرفین
معلومین اولان ٦ عدد ایله ٢ عدد مجموعنک نصفی اولان ٤ عدد
وسط اولدیغی کبی و بو متصله ده طرفین مستطیلنک وسط مربعندن
اقلیتی مقدملر ایله تالیلری بیننده واقع فضلک مربعی قدردر

مثلا

مثلا طرفين مذكورين مستطيلنك حاصلى اولان ١٢ عددك وسط
مز بوره مربعى اولان ١٦ عدددن اقليتى مقدملرايله تاليلرى بينلرنده
فضل اولان ٢ عدد مربعى قدردر واكر تناسب عدديۀ منفصله‌ده
وسطيندن برى مطلوب اولسه طرفين معلومين مجموعندن وسط
معلوم طرح اولندقده باقى قلان وسط مطلوب اولور معلوم اوله‌كه
واحددن نظم طبيعى اوزره بر بر برويا ايكيشر ايكيشر ياخود على
التوالى سائر اعداد مرتبۀ متزائده‌ده دخى اشبو تناسب عدديه معتبره‌در
امدى بو تعريفده مذكور تناسبدن مراد انجق هندسيه اولوب عدديه‌دن
اصلا بحث اولمغين برى برندن فرق وتميز اولنمسى خصوصنده ايضاح
فن ايچون بو مقامده وضع وايراد اولنوب باعث تطويل كلام اولمشدر

✻ حد ٥ ✻

بو تعريف اقليدسده دخى بشنجى واقع اولوب بغايه خفى ومغلق اولمغين
قاعدۀ تناسبك اساسى اولمغله شايسته دكلدر ديو اكثر مهندسين
اعتراض ايلمشلردر لكن حقيقتده خفاء مذكور ذات تعريفدن كلميوب
بلكه اصل ماده‌نك ماهيتندن نشأت ايلمكله دفعى آسان اولمديغى
وبعض مقادير بيننده اصلا بر مقياس مشترك اولميوب نتكيم بر مربعك
قطريله ضلعى ويا بر دائره‌نك قطريله محيطى كبى بو مثللو مقدارلر
مقادير متباينه‌دن اولمغين اعداد ويا مقادير مشتركه‌نك مختصر ومفيد
اولان تناسب تعريفى كبى مقادير متباينه‌ده دخى اجزاء متوافقه
وساطتيله تعريف مذكور قابل اولمديغى اجلدن هر حالده افرادنى
شامل اولمق شرطنه اشبو بزم بشنجى تعريفمز موافق اولمغله تعريفات
سائره اوزرينه ترجيح وحفظ استعمالى اسان اولسون ايچون تعبيرات
واضحه ايله ادا اولنمشدر قالديكه اقليدسك بو مقاله سنده طالبلرك
اكثريا فهم ايده مدكلرى مغلق وپريشان اولان شيلرا يضاح اولنمق

قصدیله احسن وجه اوزره ترتیب اولنوب تبدیلات سائره به دائر بعض کلام دخی ذکر وایراد اولنمشدر امدی اقلیدسك ذکر وبیان ایلدیکی اعظم ویا اصغر نسبتلره دائر شیلر بغایت مختل ومشوش اولوب انلره متعلق اولان دعوالر دخی طلبه نك کندیکه کسب وتفننلرینه مانع اولدیغندن ماعدا جمیع اشیا حد ذاتنده واضح واختصارا ولمسی مطلوب ایکن بومقوله بر تألیفه اول شیلری درج ایلمك غیرمناسب اولمغین مجموعی ترك اولنوب فقط انفع والزم اولنلر وضع وابقا اولنمشدر

✱ حد ٦ و٧ و٨ و٩ و١٠ ✱

وبو تعریفات عن اصل اقلیدسك اولیوب ثئون نام مهندس طرفندن ضم والحاق اولنمسی اغلب احتمالدرقالدیکه تعریفات مزبوره اشبو بشنجی مقالهده مستعمل بعض اصطلاحاتك تفسیرنی متضمن اولوب ایراد اولندقلری دعوالرده بنفسها معلومه اولملری ایچون وضع وبیان اولنمشدر

✱ دعوی ت ✱

بودعوانك هرحالده عموم وشمولی اولوب طالبلرده فهمی آسان اولدیغندن اقلیدسك بومقالهده ایراد ایلدیکی ایکنجی دعواسی طرح اولنوب یرینه اشبو دعوی وضع واعتبار اولندی

✱ دعوی د ✱

بودعوی بعض دعاوی آتیه اثباتیچون لازم ایکن اقلیدس منفردا وضع وایراد ایلمیوب فقط سکزنجی دعواسنك برهانی اراسندهذکر ایلمشدر حالبوکه بودعوی کثرة استعمال حسبیله منفرد وممتاز برنظری اولوب انك صدقی اشبو مقالهده واقع سائر نظریلرك صدقی قدر ظاهر ومتبین اولمدیغندن دعوای مرقوم بومقامده برأسه اثبات اولنمشدر

دعوی س

اقلیدسده اون اوچنجی واقع اولان اشبو دعوی تنظیمنده ذکر اولنان مقادیر جنس واحددن اولمق شرط ایکن اقلیدس شرط مذکوری ترك ایلدیکندن برهانی فاسد اولمغین فساد مرقومدن سالم اولسون ایچون بو مقامده شرط مذکور ایله مقید ذکر اولنمشدر

دعوی لو ر

نسبتلرك ترکیب وفصلی خصوصنده اقلیدسك ذاهب اولدیغی طریق کفایت مرتبه واضح اولمیوب بغایت قاصر وبو خصوصی ذکر واداده استعمال ایلدیکی عبارات مختل ومهوش وطریق مذکور طالبلر عندنده دخی غایت مشکل وذهنه بعید عد اولندیغندن اشبو دعوالری زیاده جه ایضاح وشامل برصورتده ادا ایلمك وبرهانلرینی ممکن مرتبه مختصر وواضح قلمق امرنی مهم اتخاذ ایلمشزدر قالدیکه اون بذنجی دعوانك فی الحقیقه ایکی قسمی اولوب لکن بینلرنده اولان مغایرت فقط ترتیبلرك عکسندن ظهور ایتمکین بر تنبیه ایله اشارتی مناسب کورلمشدر معلوم اوله که اقلیدسك بشنجی مقاله سی کرك قلم ناسخك سهوی وکرك مترجم نااهلك تحریفی سببیله افساد اولنمقدن ناشی دعوالرك اکثریسی کما هو حقه اثبات اولنمیوب جمله سی مغلق ومشکل قالمغین اولدعوالردن مرام نه اید یکنی فهم وادراکده طالبلر عاجز قالدقلرندن مجموعی ترك اولنوب فقط مقاله آتیه دعوالرینی اثباته متعلق اولان دعاوی اخذ ووضع اولنمشدر

مقاله سادسه حد ٦

بو نهج بغك ایضاحی اولدرکه برسلسله ده موجود اولان مقادیردن اول ایله ثانی وثالث ایله رابع وخامس ایله سادس وهکذا هر ایکی مقدار بیننده اولان نسبت بعینها ثانی ایله ثالث ورابع ایله خامس وهکذا بونلردن

هر ایکیسی بیننده دخی بو لنور ایسه بو مثللو مقادیره علی الولاء متناسب دینلوب نسبت متصله نوعندن اولور امدی مقادیر مذکوره دن اوج مقدار اخذ اولندقده اولك ثالثه نسبتی بنه اولك ثانیه نسبتی کبی مثناة بالتکریر دیمنك معناسی اولك ثانی یه نسبتی ثانی مرقومك ثالثه نسبتی کبی اولدیغندن اولك ثالثه نسبتی بنه اولك ثانیه نسبتنك مکرره اولمسی برقضیهٔ صحیحه درکه مثال ایله ظاهر اولور مثلا مقدار اول ثانی نك ضعفی ثانی دخی ثالثك ضعفی اولسه مقدار اول مقدار ثالثك ضعف ضعفی اولور وکذا مقدار اول ثانی نك نصفی ثانی دخی ثالثك نصفی اولسه مقدار اول مقدار ثالثك نصف نصفی اولوب جمیع اضعاف وجمیع اجزانك نسبتی دخی بو قیاس اوزره اولور بو تقدیرجه اولك ثانی یه نسبتی مثنــاة بالتکریرا واوردیمك اول ایله ثانی بیننده اولان نسبتك تکررندن عبــارتدر زیرا اوج مقــدار بیننده ایکی نسبت موجود اولدیغندن اولك ثالثه نسبتی فقط اولك ثانی یه نسبتنك ایکی کره تکررندن عبارت اولور امدی مقادیر مذکوره دن درت مقدار اخذ اولندقده اولك رابعه نسبتی بنه اولك ثانی یه نسبتی کبی مثلثة بالتکریر اولوردیمنك معناسی آنفا ذکر و بیان اولنان معنادر مثلا مقدار اول ثانی نك ضعفی ثانی دخی ثالثك ضعفی ثالث دخی رابعك ضعفی اولسه مقدار اول مقدار رابعك ضعف ضعف ضعفی اولوب بو مثللو درت مقدار بیننده اوج نسبت موجود اولدیغندن اولك رابعه نسبتی فقط اولك ثانی یه نسبتنك اوج کره تکررندن عبارت اولور والحاصل علی الولاء متنــاسب اولان هرنقدر کم منفصل ایله کم متصلك جمیع اضعاف واجزاسنده نسبهٔ هندسیهٔ متصله بنه بو منوال اوزره درفافهم

❋ دعوی سادس وعشرون ❋

بو دعوالری اقلیدسدن زیاده ایضاح وتسهیل وبرهــانلرنده تدقیق

قصد يله تبديلات وافره يه مبادرت اولنمشدر لكن بوكونه تبديلات فقط
يك نظر ايله يا خود اصول اقليدسه تطبيق وقياس ايله كشف وعيان اولنق
امر آسان اولديغندن فرد افردا بيانه محتاج اولمدقلرى ظاهر وآشكاردر

❋ دعوى ط ، ك ، كا ❋

اقليدسده نا موجود اولان اشبو دعوالرك فائده ونزاكتلرى ظاهر
وباهر اولوب هر وجهله اصول هندسه ده درج اولنمغه شايسته
اولدقلرندن بومقامده وضع وايراد اولندى قالديكه اقليدسك يكرمى
بدي ويكرمى سكز ويكرمى طقوزنجى دعوالرى غايت مهوش ترتيب
اولمغين طالبلرك ذهنلرينه خلل ويروب انلرك يرينه اشبو (كا) دعواى
اخير قائم اوله بلديكندن اولدعوالرك مجموعى ترك اولنمشدر امدى
اقليدسك دعاوى مذكوره لرينى قدماى مهندسين اكثريا استعمال
ايده كلدكلرندن اصول هندسه ده ينه ابقالرى لابد در بو بعضيلر
ادعا ايلمشلردر لكن بوادعايه كوره اخذ وجمع اولنسه لا يعد ولا يحصى
دعاوى سائره لرك دخى درجى اقتضا ايدوب مختصر ومفيد اولان
اشبو تأليف كثيرا لحجم وقليل الفائده بركتاب اولور حالبوكه تأليف
مذكوردن مراد انجق بوفنك معتبر ومهم اولان دعوالرينى جمعدر

❋ دعوى ٧ ، ك ، كر ❋

قريب عهدده ظهور ايدن مهندسين جمع وتأليف ايلدكلرى اشبو
نازك ومفيد دعوالر اقليدسده نا موجود اولوب فقط دعواى اخر تأليف
بطلميوس اولان مجسطى كتابنك مقاله أولبسنده واقع وجمله سنك قدر
وقيمتلرى يعنى نزاكت ونظر افتلرى اربابى عندنده معلوم وشايا ندر

❋ مقاله سابعه ❋

معلوم اوله كه بعض مؤلفين فقط سطح لفظنى ذكر ايدوب اندن

سطح مستوی مراد ایلمشلردر لكن سطح لفظی بالتعریف اعم مطلق اولوب مستوی لفظی اخص مطلق اولدیغندن فقط مستوی لفظی ذكروندن سطح مستوی مراد اولنمق مناسب كورلمشدر نتكم بعضا فقط مستقیم لفظی ذكر اولنوب آندن خط مستقیم مراد اولندیغی كبی امدی جمیع علومده واقع اولان خطالر درون تألیفانده ذكر وایراد اولان تعریفلره دقت اولنیوب اكثریا مختل ومهوش اولملرندن ظهورا یتكین مبتدیلر فنی طریقه سلوك ایده جكلرینی بیله كلرندن ماعدا طالب وراغب اولدقلری علمده دائما تردد واشتباهلری متزاید برله ذهنلرینه خلل وشوق تحصیللرینه كلال كلوب باعث فتور اولمسی موجبدر

❋ دعوی ـ ❋

بودعوی اقلیدسك اونبرنجی مقاله سنده دخی ایكنجی دعوی اولوب مترجم نااهل طرفندن تغییر وافساد اولنمغین غایت مختل ومهوشدر زیرا دعوای مرقومه‌دن مراد ایكی ویا اوچ خط مستقیم بربریله تقاطع ایلدكلرنده مجموعی برسطح مستوی اوزرنده واقع اوله جقلرینی اثبات اولوب نااهل مرقومك عدم فهمندن اوچ خط مستقیم مزبوری بیان ضمننده مثلث ذكر ایلمشدر لكن مقالات سابقه‌ده موجود اولان اشكالك مجموعی خصوصا مثلثات سطح مستوی اوزرنده واقع اولدقلری بالتعریف معلوم اولدیغندن اقلیدسك بودعوانی تنظیمده ایراد ایلدیكی ایكنجی قسمی لغویات مقوله سندن اولمغین تنظیم مذكوردن عدول وطرز آخر اوزره ادا واثبات اولنمشدر

❋ دعوی ح ❋

اقلیدسده ناموجود اولان مثلث متساوی الساقین خاصه سندن

متولد اشبو دعوانك جديد برهانى اقليدسك برهانندن اقصر وواضح اولوب دعاوى سائره ده دخى استعمالى كثير اولديغندن بوكونه برهان اعتباره شايان اولمشدر قالديكه اقليدسك اون برنجى مقاله سى برنجى مقاله اولوب بعض محللرنده تبديلات وتغييرات اولنمشدر لكن بو ماده يه آشنا اولنلرك نظر ايله كشف ايده جكلرى مقرر اولمغين تبديلات مذكوره نك تفصيلى قصر وطى اولندى

✱ مقالۀ ثامنه حد ۲ ✱

سطح مستوى اوزرنده واقع هر قنغى اشكال متشابهه نظيرنظيره اولان زوايانك مساواتى وبو زاويه لرى محيط اولان اضلاعك تناسبيله محدود در زيرا فقط زوايانك تساويسى ويا فقط اضلاعك تناسبندن تشابه لازم كلمز مگركه اشكال مرقومه مثلثاتدن اوله وكذا اجسام متشابهه ده جميع زواياى مجسمه نظير نظيره مساوى اولوب عددده مساوى سطوح مستويۀ متشابهه احاطه سندن حاصل اولمق اوزره محدود اولديغندن اقليدسك اون برنجى مقاله سنده مذكور المجسمات المتشابهة المتساوية هى التى يحيط بها سطوح متشابهة متساوية بعدة متساوية عباره سى بالكليه فاسد اولوب شان هندسه يه شائن كتورر زيرا هر نوع اشكالك متشابهه اولملرى فقط اشكال متشابهه تعريفندن معلوم اولوب ومتساويه اولملرى برنجى طقوزنجى علوم متعارفه دن ويا برنجى مقالۀ خامسه ده واقع (و ـ ويد) دعوالرك بريسندن استعلام واستخراج اولنورا مدى اقليدسك بو تعريفنده مذكور اجسامك مساواتى هر حالده برهانه محتاج اولمغين هرنقدر حد ذاتنده حق اولسه دخى ينه بو مثللو دعواى نظرى بى تعريف فلان كمسنه دخل وذمه مستحقدر زيرا بعض جسملر واردركه عددده مساوى سطوح مستويۀ متشابهۀ متساويه احاطه سنده حاصل اولمش ايكن اول جسملر

نه متشابه ونه متساوی اولوب بیك اوچیوز سنه دن بروفاسد اولدیغی حالده باقی اولان اشبو تعریفه متابعت بر له فضلای مهندسین بو بابده خطا کلیده واقع اولدقلری انجق تعریف مذکورك فسادندن نشات ایتمکین اقلیدسك اجسام متشابهه تعریفنی تصحیح ایدوب زاویهٔ مجسمه تعریفنی دخی بوندن اقدم ذکر ایلمك لازم ایدی قالدیکه اقلیدسك اونبرنجی واون ایکنجی مقاله لرنده اون ایکی دعوی دخی واردرکه جمله سی فاسددر زیرا نفسنده فاسد اولان تعریف مزبور وساطتیله اثبات وبیان اولنمشدر

❋ حد ۳ و ۸ و ۱۰ ❋

اقلیدسك اونبرنجی مقاله سنده واقع منشورك تعریفی افرادینی جامع اولمیوب فقط اوچ سطح متوازی الاضلاع ایله ایکی مثلث احاطه سندن حاصل اولانی شامل اولدیغندن آنك یرینه اشبو تعریف جامع وضع اولنمشدر وکذا اسطوانه ایله مخروطك تعریفلری یئنه افرادینی شامل اولمیوب فقط اسطوانهٔ قائمه ایله مخروط قائم نوعنی مشتمل اولدیغندن بو مقامده کرك قائم وکرك مائل وهرنوعنی شامل اشبو تعریف وضع وایراد اولندی معلوم اوله که هرقنغی شکل مستقیم الاضلاع کندی مستوی سنه موازی حرکتندن برمنشور حاصل اولوب وبردائره کندی مستوی سنه موازی حرکتندن براسطوانه حاصل اوله جغنی تصور وتعقل ایلمك دخی ممکندر

❋ فائده ❋

بو فائده ده اقلیدسك اونیجی مقاله سنك دعوای اولیسی اولوب بو کتابده واقع سکزنجی مقاله نك بعض دعوالری براهیننده محتاج الیه اولدیغندن اقلیدسك مقالهٔ مرقومه سندن اخذ وبو کتابك سکزنجی

مقالەسنك دەوالرندن مقدم فائدەوافتياريلەوضع وتعيين اولنمشدر

❋دعوى ح❋

بودعوى ايلەبعض دعاوى آتيەبرهانلرى اشبوذكر اولنەجق كيفيتەمبنيدر مثلا برسطح مستوى اوزرندە مرسوم وبربرينە مساوى ايكى شكل اولوب مستوى مرقوم دخى دائما كندويە موازى حركتى تصور اولنەقدە شكلين مرسومين مساوى اندەمساوى جسملر احداث ايدەجكلرى تخيل محەدر

❋خاتمة ملحوظات واعتراضات❋

عنەالملك العلام التزام ايلديكمز كتاب قرين ختام اولوب اقليدسك مختارى اولان اصول هندسە بعض نااهل طرفندن نمرتبەتغيير وافساد اولنديغى اشارات سابقەدن مستبان اولمغين بوتغييراتى تفكر وتعقل ايدن كسنەلرادنى مرتبەصلاحيتلرى اولمقسزين اوكرتمك ادعاسندە اولدقلرى فنك هنوز ماديسنى بيلميوب رسائل هندسەدن برينك قدرن آكلمغەقابليتلرى يوق ايكن شوندن وبوندن اخذوجمع ايلە برقالبە افراغ ايدەبلدكلرى مؤلفاتى باجملە هفوات وعثراتيلەمعا اشاعەبرلەمعلوماتلى كچنوب مقام دعوايەقيام ايدنلرا عتراف ايدوب برمقدارانصاف ايلمك لايق ومزادرامدى بردعوى كما هوحقە اثبات اولنمشمى ياخوداولنمشمى تميزايلە حكم ايتمكە لياقت حصولى ايچون فن هندسەيەشروعدن مقدم علم منطق اوزرەباجملە طرق اثباتى تحصيل ايلمك لازمدرزيرا اصول هندسە تعلمنەمشغول اولنلردن اكثريسى فقط اشكالك بعض خواصنى اوكرنمكلە اكتفا ايدوب اشكال مرقومەفنى طريقلە اثبات اولنديغندن غافل اولملرايلە خطاء فاحشەدەواقع اولەجقلرى مقرردرلكن جميع اشيانك حقيقتنە اطلاع مراد ايدوب فى يومناهذا تجربەوبرهان طريقيلە تعلم

ایلدکاری اجلدن کرك معلومات هندسیه ده وکرك حکمت طبیعیه ده استحصال کمال آرزوسنده اولنلره کانه فتح باب ایچون اصول اقلیدسده واقع خطالری علی قدر الامکان تصحیح وسقامتلری اخراج ضمننده ترجمه سنی التزام ایلدیکمز اشبوکتابده ارتکاب اولنان زحمت ومشقت هبا اولیوب براهینك احق والیقنی تمییز ایلمکه قادر اولنلر کسنه لرعندلرنده مقبول ومرغوب اوله جغی ما مولدر قالدیکه اشبو ترتیباته بوندن اعلا برصورت ویرمك ممکن ایدی لکن بوکتاب مستطاب انجق طالبلره تخصیص وتعیین قلنمش اولمغله بوکونه ادا فوائد سائره ملاحظه سندن اقدم وارجح کورلمشدر

ولیکن آخر ما اوردنا فی هذا المقام والحمد لله علی الاختتام قدوقع الفراغ من تکمیل ترجمة وتألیف هذا الکتاب فی غرة ربیع الاخر من شهور سنة اثنی عشر ومائتین بعد الالف من هجرة من له العز والشرف

در بیان اصول مثلثات المستوی

معلوم اوله که اقوای علوم اولان اصول هندسه نك حقایق ودقایقی
ذکر وبیان وافکار سلیمه وطبایع مستقیمه اربابنك حال وشاننه مناسب
کشف وبیان قلندقدنصکره بودخی پوشیده اولمیه که برمحلك رسم
وتصویری وبرموقعدن موقع آخرك بعد ما بینی واشیاء مرتفعانك
ارتفاعاتی خصوصا علم هیئت سما وجغرافیا وبونلك امثالی فنون سائره
امرنده بعض معلومات مخصوصه دن مجهولات مطلوبه یی استخراج
واستعلامده فقط اصول هندسه کفایت ایتیوب اصول مثلثانك بالجمله
خواص واحکامنی دخی معرفته احتیاج مس ایدر لکن اصول مثلثانك
خواص واحکامی حقنده مختصر ومفید برکتاب مخصوص اولمیوب
هر بری کتب هندسه وهیئتده وجوه شتی اوزره منکور اولغین
علی وجه المناسبه جمع وتألیفی طالبینه موجب یسر وسهولت اولمق
مأمولیله بو مترجم فقیر برتقصیر اصول مثلثاته دائر بر رساله جمع وترتیبنه
تشمیر ساعد اقدام ایده رك ذیل ترجمه یی تتمیم وتکمیل قصدیله اشبو چند
سطور پرقصوری املا وتحریر ومواضع مطلوبه ده استعمال
واستفادیه هوسکار اولان احباب فطانت اصحابه اهدی وتسییر قلندی
امدی علم اصول مثلثات اولدرکه مطلقا مثلثانك اضلاع وزوایاسنك
کمیت ومقدارلرینی استخراجه متعلق اولوب علم هندسه ده واقع
مثلثات ایکی نوع اوزره تصور اولنور بریسی سطح مستوی اوزرنده
واقع اوچ خط مستقیم احاطه سندن حاصل اولوب دیکری کره
اوزرنده واقع اوچ دائره عظام تقاطعندن حاصل اولدیغندن اصول
مثلثات دخی ایکی نوع اولوب برنوعنه مثلثات المستوی ونوع دیکرینه
مثلثات کروی تسمیه اولنور قالدیکه برمحلك رسم وتصویری وطول
وعرضنی استخراج واستعلام ایچون اشبو ذکر اولنان نوعلرك ایکیسی
دخی کرچه لازمدر لکن بو مقامده مقصود بالبیان اولان فقط مثلثات

المستوی احکامنه منحصردرامـدی مطلقا زاویه ایکی قسم اولوب برقسمی قائمه وقسم آخری مائله در مائله دخی زاویهٔ منفرجه ایله زاویهٔ حاده‌یی مشتمل اولدیغندن زاویه دخی یاقائمه ویامنفرجه ویاحاده اولورو هر مثلثده اوج زاویه ایله اوج ضلع معتبراولوب اشبو التی شیدن هرقنغی اوجی معلوم اولدقده باقی اوجنی استخراج یاخود باقی اوجی بیننده اولان نسبتلری تقدیروتعیین ایلمك خصوصی کرچه ممکندر لکن مثلثات متشابهه نك زوایاسی نظیرنظیره متساویه اولوب اضـلاع نظیره سی غیرمتساویه اوله بیلدیکندن مثلثات المستوی طریقیله معلومات ثلثه‌دن مجهول استخراجی خصوصنده معلومات مزبوره نك بریسی هرحالده ضلع اولمق لازم اولمغین معلومات ثلثهٔ مذکوره درت قسم اوزره بولنور

١ ایکی زاویه ایله برضلع

٢ ایکی ضلع وبرایله موتره برزاویه

٣ ایکی ضلع وبینلرنده واقع زاویه

٤ اوج ضلع

الحدود شکل ١

١ ا ـ ح زاویهٔ مسطحه‌سی اوزرینه ـ نقطه‌سی مرکزاعتبار اولنوب هرقنغی ـ ا بعدیله اح و دائره‌سی رسم اولندقده اولدائره نك ـ ا ـ ح خطلرینی قطع ایلدیکی اح نقطه‌لری بیننده واقع اح قوسنه ا ـ ح زاویه سنك مقداری تسمیه اولنور

٢ هرمحیط دائره ٣٦٠ اجزاء متساویه‌یه تقسیم اولنوب هربر جزئه درجه تسمیه اولنور ودرجات مرقومه‌دن هربری متساویه ٦٠ دقیقه‌یه تقسیم وهربردقیقه بنه متساویهٔ ٦٠ ثانیه‌یه تقسیم وهکذا اقتضا ایلدکجه تقسیم اولندقده برزاویه نك مقداری اولان

قوسده هرقاچ درجه ودقیقه وثانیه لخ موجود ایسه زاویهٔ مزبوره دخی اوالقدر درجه ودقیقه وثانیه یی لخ حاوی دنیلور

۳ محیط دائره یه و نقطه سنده تلاقی ایدیجیه دکین ا ـ خطی استقامت اوزره اخراج اولندقده حاصل اولان حـ و زاویه سیله ا ـ ح زاویه سی مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولوب اشبو زاویهٔ حاصله یه ا ـ ح زاویه سنك متممی تسمیه اولنور

٤ هرقنغی زاویه نك زاویهٔ قائمه ایله فضلی اولزاویه نك تمامی تسمیه اولنور بوتقدیرجه ا ـ اوزرینه ـ ح عمودی اخراج اولندقده حاصل اولان حـ ح زاویه سی ا ـ ح یاخود حـ و زاویه سنك تمامی اولوب حح قوسی دخی اح یاخود حو قوسنك تمامی اولور والحاصل کرك برزاویه نك وکرك برقوسك ربع دائره ایله فضلی تمام تسمیه اولنوب نصف دائره ایله فضلی متمم اطلاق اولنور

۵ اح قوسنك ح نهایتندن نزول ایدن حی خط مستقیمی قوس مرقومك ا نهایت اخراسندن خروج ایدن او قطری اوزرینه عمود اولسه حی خطی اح قوسنك یاخود مقداری اح قوسی اولان ا ـ ح زاویه سنك جیبی تسمیه اولنور بوتقدیرجه ربع دائره نك یعنی زاویهٔ قائمه نك جیبی نصف قطره مساوی اولوب اکا جیب اعظم تسمیه اولنور

٦ اح قوسیله حی جیبی بیننده واقع او قطرندن اولان ی ا قسمی اح قوسنك یاخود ا ـ ح زاویه سنك سهمی تسمیه اولنور

۷ اح قوسنك ح نهایتندن مرور ایدرا ولدیغی حالده استقامت

اوزره اخراج اولنان بـ ح نصف قطرينه قوس مرقومك ا
نهايت اخراسنده محيط دائره يه مماس اولان اهـ خط مستقيمى
هـ نقطه سنده تلاقى ايلسه اهـ خطى اح قوسنك ياخود ا بـ ح
زاويه سنك مماسى تسميه اولنور

٨ اهـ مماسنك نهايت خارجه سيله مركز دائره بيننده واقع
ومحيط دائره يى قطع ايدن بـ هـ خط مستقيمى اح قوسنك ياخود
ا بـ ح زاويه سنك قاطعى تسميه اولنور بوندن ظاهر اولديكه
هر قنقى ا بـ ح زاويه سنك جيبى يا مماسى ويا قاطعى اولان خطلر
زاويهٔ مزبوره نك متممى اولان ح بـ و زاويه سنك دخى جيبى
يا مماسى ويا قاطعى اولور زيرا ح ى خطى ح بـ و زاويه سنك جيبى
اولوب (حيد ٥) ح بـ نصف قطرى محيط دائره يه ر نقطه سنده
تلاقى ايدنجيه دكين اخراج اولندقده ا بـ ر يعنى ح بـ و زاويه سنك
اهـ خطى مماسى بـ هـ خطى قاطعى اولور (حد ٧ و ٨)

٩ ا بـ ح زاويه سى تمامى اولان ح بـ ح زاويه سنك مماسى ح ط
وجيبى ح ى ياخود اكا مساوى اولان ى بـ وقاطعى بـ ط وسهمى
ح ى اولسه اشبو ح ط بـ ى بـ ط ح ى خطلرى ا بـ ح زاويه سنك
دخى ترتيب مذكور اوزره تمام مماسى وتمام جيبى وتمام قاطعى وتمام
سهمى تسميه اولنور معلوم اوله كه مماس وقاطع ونصف قطر
ايچون بعض محللرده اسماء سائره ايله دخى تسميه لرى واردر نتكيم
بسائط ومنحرفات وسائر آلات ارتفاعيه رسم ايدنجيلر داتما
ظل شمس استعمال ايلدكلرندن مماس ايچون ظل وقاطع ايچون
قطر ظل ونصف قطر ايچون قامه تسميه ايلدكلرى كبى
لكن بو اسملر هر وجهله علم هندسه اصطلاحنه مخالف اولمغين

طالبلرك

طالبلرك اصول هندسه ده ضبط ایده کلدکلری اسماء سابقه لرینك ذکروایرادی بواصولده دخی مناسب کورلمشدر

❋فائده ١ شکل ٣❋

اـح زاویهٔ مسطحه سی اوزرینه ـ مرکزندن ـا بعدیله برداٸره رسم اولندقده اـح زاویه سنك درت زاویه قائمه یه نسبتی اح قوسنك محیط داٸره یه نسبتی کبی اولور ❋زیرا اـ خطی و نقطه سنده محیطه تلاقی اید نجیه دکین اخراج اولنوب اـ اوزرینه ـ نقطه سنده عمود اولدیغی حالده ی ر قطری اقامه اولندقده زاویهٔ اـح : زاویهٔ قائمهٔ اـی :: قوس اح : قوس ای اولور (٦ ٧) امدی تالیلرك درت مثلی اخذ اولندقده اـح زاویه سنك درت زاویهٔ قائمه یه نسبتی اح قوسنك درت کره ای قوسنه نسبتی کبی یعنی محیط داٸره یه نسبتی کبی اولور (٥ ح)

نتیجه اشبو فائده ایله ایکنجی تعریفدن ظاهر اولدیکه هر زاویهٔ قائمه نك مقداری اولان قوس رابع داٸره اولوب دائما ٩٠ درجه در

فائده ٢ شکل ٣

اـح زاویهٔ مسطحه سی اوزرینده ـ نقطه سی مرکز اعتبار اولنوب ـی ـا بعدلریله ایکی داٸره رسم اولندقده اح قوسنك کندی محیطنه نسبتی ی ه قوسنك کندی محیطنه نسبتی کبی اولور زیرا ❋ اح قوسنك کندی محیطنه نسبتی اـح زاویه سنك درت زاویهٔ قائمه یه نسبتی کبی اولوب (فائده ١) وکذا ی ه قوسنك کندی محیطنه نسبتی ینه اـح زاویه سنك درت زاویهٔ قائمه یه نسبتی کبی اولدیغندن اح قوسنك کندی محیطنه نسبتی ی ه قوسنك کندی محیطنه نسبتی کبی اولور (٥ ١)

نتیجه بر زاویه نك مقداری اولان قوس هر قنغی نصف قطر ایله رسم

اولنور ايسه نصف قطر مرقومك اطول ويا اقصر اولمقلغى حسيله
قوس مزبور دخى كرجه اكبر ويا اصغر اولورلكن درجات
ودقايقى اعدادى دائما مساويدر

درون رساله ده استعمال اولناجق بعض اشارات بيان اولنور

معلوم اوله كه مهندسين متأخرينك كرك علم هندسه ده وكرك علم
جبرده برشئ بيان ضمننده سهولت اولسون ايچون استعمال ايلدكارى
اشارات جميع دولده مشترك اولوب اشتراكى عموم اوزره اولمق ايچون
بومقامده دخى اشارات مرقومه نك اشكالى تبديل اولنمقسزين ذكر
وايرادى مناسب كوريلوب بروجه آتى بيان اولنور امدى برمقداره
مقدار آخر زائد اولمق اشبو (+) اشارتله دربرمقداردن مقدار آخر
ناقص اولمق اشبو (−) اشارتله در هر ايكى مقدار بيننده اولان
فضلى اشبو (~) اشارتله دربرمقدارك مقدار آخره ضربى ياخود
مستطيلى اشبو (×) ياخود بو (.) اشارتله در هر ايكى مقدار
ويا زياده اوزرينه برخط كشيده اولندقده اولمقدارلر مقدار واحد
مقامنده استعمال اولنور برمقدارك مربعى مراد اولندقده مقدار
مرقوم اوزرينه اشبو (٢) اشارت وضع اولنور برمقدارى مقدار
آخر اوزرينه تقسيم اشبو (÷) اشارتله در ياخود برخط رسم
اولنوب اوزرينه مقسوم وتحتنه مقسوم عليه تحرير اولنور
برمقداره مقدار آخر مساوى اولمق اشبو (=) اشارتله دربرمقدار
مربعك جذرى ياخود اشبو (√) اشارتله در هكذا

ا + ب يعنى ا مقدارينه ب مقدارى زائد
ا − ب يعنى ا مقداريندن ب مقدارى ناقص
ا ~ ب يعنى ا ايله ب مقدارلرى بيننده اولان فضل
ا × ب ياخود ا . ب يعنى ا ايله ب مقدارلرينك ضربى ويا مستطيلى

ا+ب . ح یعنی ا ب مجموعنك ح مقدارینه ضربی ویا مستطیلی

$\overline{ب}^{٢}$ یعنی ب مقدارینك مربعی

ا÷ب یاخود $\frac{ا}{ب}$ یعنی ا مقداری ب مقداری اوزرینه تقسیم

ا = ب یعنی ا مقداری ب مقدارینه مساوی

$\sqrt{\overline{اب}^{٢}}$ یعنی اب مربعنك جذری یاخود ضلعی

بودخی معلوم اولا كه درون رساله ده واقع اشارات سابقه دن ماعدا اشبو (س) اشارتی وضع اولنوب اندن نصف قطر مراد اولنمشدر

✱دعوی ا شکل ٤✱

هرقنغی زاویه مقداری اولان قوسك جیبی یا ممـاسی ویا قاطعی یاخود سهمنك بنه اول زاویه مقداری اولان قوس دیكر جیبی یا مماسی ویا قاطعی یاخود سهمنه نظیر نظیره نسبتی قوس اول نصف قطرینك قوس دیكر نصف قطرینه نسبتی كبیدر

مثلا ا ب ح زاویه سنك مقداری اولان اح ور قوسلرندن اح قوسنك جیبی حی وممـاسی اهـ وقاطعی بـهـ وسهمی ای اولوب ور قوسنك دخی جیبی رح ومماسی وط وقاطعی بـط وسهمی وح اولسه اشبو خطوطك نظیر نظیره نسبتلری اح قوسیچون اولان بـا نصف قطرینك ور قوسیچون اولان بـو نصف قطرینه نسبتی كبیدر ✱ زیرا ا ب هـ مثلثندن اهـ حی وط رح خطلری متوازیه اولدقلرندن (جـبر ٧) نسبة اهـ الی وط كنسبة نصف قطر بـا الی نصف قطر بـو وكذا نسبة حی الی رح كنسبة بـا الی بـو اولور (٦ ٤) امدی بـا : بـهـ :: بـو : بـط اولوب بـا یعنی بـح : بـی :: بـو یعنی بـر : بـح اولدیغندن (ح٦) ای : وح :: بـا : بـو اولوب (٥ بر به) مطلوب ثابت اولور

نتیجه بر زاویهٔ مفروضه اوزرینه رسم اولنان ایکی دائره‌نك نصف قطرلری عدده مساوی هر قنقی اقسام متساویه‌یه تقسیم اولنسه‌لر زاویهٔ مرقومه‌نك دائره‌نین مزبورتیندن مقدارلری اولان قوسلرك جیبلری یا مماسلری و یا قاطعلری یا خود سهملری کندی نصف قطرلری اجزاسندن نظیر نظیره عدده مساوی اولورلر قالدیکه بر دائره‌نك نصف قطری هر قنقی اقسام متساویه‌یه تقسیم اولنمق جائز اولدیغندن مهندسون متقدمون نصف قطر مرقومی التمش جزء اعتبار ایدوب حساب ستینی استعمال ایلدیلر لکن بو حساب بغایت صعوبتلی اولوب آنی تسهیل ضمننده مهندسون متأخرون نصف قطر مزبوری واحد اعتبار ایدوب اجزاء اعشاریه‌یه تقسیم ایلمشلردر و بو تقسیمه کوره علم اصول مثلثاته دائر خطوطك سهولت وجه اوزره حساب واستخراجلری دعاوی آتیه وساطتیله معلوم اولسه کرکدر

دعوی - شکل

برمثلث قائم الزاویه‌دن هر قنقی ایکی ضلع معلوم اولسه اوچنجی دخی معلوم اولور

مثلا ا ب ه مثلثنده ا ب ، ا ه ، ب ه ضلعلرندن هر قنقی ایکیسی معلوم اولسه اوچنجی دخی بالبداهه معلوم اولور * زیرا ب ه^{٢} = ا ه^{٢} + ا ب^{٢} (۲ مد) ب ه^{٢} − ا ه^{٢} = ا ب^{٢} (۲ نتیجه‌ده) وکذا ب ه^{٢} − ا ب^{٢} = ا ه^{٢} اولدیغندن ب ه = $\sqrt{\text{ا ب}^{٢} + \text{ا ه}^{٢}}$ ، ا ب = $\sqrt{\text{ب ه}^{٢} - \text{ا ه}^{٢}}$ وکذا ا ه = $\sqrt{\text{ب ه}^{٢} - \text{ا ب}^{٢}}$ اولوب مطلوب ثابت اولور

تنبیه هر زاویهٔ قائمه‌نك مقداری ۹۰ درجه اولوب

(نتیجه فائده) مثلث مرقومدن زاویهٔ حاده‌لرك بری معلوم اولدقده آخری بالبداهه معلوم اولور * زیرا هر بری اخرك تمامیدر (الك)(جه)

* دعوی ح شکل *

برقوسك جیبی معلوم اولدقده آنك تمام جیبی وسهمی وتمام سهمی بولنوب انلردن قاطعی وتمام قاطعی وظلی وتمام ظلی دخی استخراج اولنور

مثلا اح قوسنك حی جیبی معلوم اولدقده آنك حه تمام جیبی ای سهمی وه تمام سهمی ایله بح قاطعی بط تمام قاطعی اح ظلی طو تمام ظلی دخی معلوم اولور * زیرا بحی مثلث قائم الزاویه‌ده بح حی معلوم اولدیغندن ىب یاخود اکا مساوی اولان حه تمام جیبی معلوم اولور (ب) یعنی $\sqrt{\text{ب ح}^2 - \text{ح ی}^2}$ = بی = حه اولمغین سهمی اولان ای = اب - ىب اولوب تمام سهمی اولان وه = بو - به اولورامدی بحی اب ح بوط بحه مثلثلری متشابه اولوب مساوی زاویه‌لری محیط اولان ضلعلردخی متناسب اولدیغندن (٦ ٤)

بی : بح :: با : بح یعنی تمام جیب : س :: س : قاطع

به : بح :: بو : بط یعنی جیب : س :: س : تمام قاطع

بی : ىح :: با : اح یعنی تمام جیب : جیب :: س : ظل

به : هح :: بو : وط یعنی جیب : تمام جیب :: س : تمام ظل

اح : اب :: بو : وط یعنی ظل : س :: س : تمام ظل

اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه نصف قطر مربعی هرقنقی قوسك ظلیله تمام ظلینك مستطیلنه مساوی اولدیغندن مطلقا قوسلرك ظللری وتمام ظللری متکافیه متناسبه اولورلر (٦ نتیجه‌سی ۲۰)

تنبیه زاویهٔ قائمه‌نك نصفی اولان ٤٥ درجه قوسك ظلیله تمام ظلی متساویین اولدیغندن نصف قطره یاخود جیب اعظمه دخی مساوی اولورلر (حد)

دعوى ٤ شكل

برقوسك جيبى معلوم اولدقده اول قوسك نصفنك جيبى دخى استخراج اولنور

مثلا اح قوسنك حى جيبى معلوم اولدقده ى تمام جيبى معلوم اولوب (ح) اى سى بيننده اولان اى فضلى دخى معلوم اولورا مدى احى مثلث قائم الزاويه دن اى حى ضلعلرى معلوم اولديغندن اح ضلعى معلوم اولوب آنك نصفى اولان حك دخى معلوم اولور يعنى اح قوسنك نصفى اولان حر قوسنك جيبى معلوم اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى ٧ شكل

برقوسك جيبى معلوم اولدقده اول قوسك ضعفنك جيبى دخى استخراج اولنور

مثلا ار قوسنك اك جيبى معلوم اولدقده سك تمام جيبى دخى معلوم اولور (ح) امدى اىك احى مثلثلرى متشابهين اولديغندن ا: سك :: حا هو ضعف اك : حى اولور (٦ ٧) يعنى ضعف ار اولان اح قوسنك حى جيبى معلوم اولوب مطلوب ثابت اولور نتيجه بوندن ظاهر اولديكه اى : ٢ سك :: حا : ٢ حى اولوب يعنى نسبة نصف القطر الى ضعف تمام جيب نصف قوس اح كنسبة وتر قوس اح الى وتر ضعف ثلاث القوس اولور وكذا ا : ٢ سك :: (٢ اك : م حى ::) اك : حى و :: $\frac{1}{2}$ ا : سك اولور بو تقديرجه هر قنقى قوسك جيبيله قوس مرقوم ضعفنك جيبى معلوم اولسه اول قوسك تمام جيبى دخى معلوم اولور

دعوى ٥ شكل

هرقنقى ايكى قوسك جيبلرى معلوم اولسه قوسين مرقومين

مجموعنك جيبيله تفاضل قوسين جيبي دخى استخراج اولنور
مثلا د و ى قوسلرك دك وى جيبلرى معلوم اولسه قوسين
مرقومين مجموعنك وط جيبي ايله ه فضل قوسينك هل
جيبنى استخراج مراد اولنسه اولا حو نصف قطرى رسم اولنوب
وى قوسنك حى تمام جيبي تحصيل اولنه (ح) بعده دك خطنه
موازى ىس رسم اولنوب ىح خطنه موازى ىم هر دخى
رسم اولندقده حدك حىس حح ط وىح وىم مثلثلرى
متشابه اولدقلرندن حد : دك :: حى : ىس اولوب ىس
معلوم اولور وكذا حد : حك :: وى : وم اولوب وم دخى
معلوم اولور امدى وى = هى اولوب وم = مر = ىن
اوالديغندن ىس + وم = وط = مجموع قوسك جيبي اولور
وكذا ىس − وم يعنى ىس − ىن = هل = فضل قوسين
جيبي اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١ ه د و قوسلرندن ه ايله د فضلى نه د
ايله و فضلنه مساوى اولديغندن د قوسى طرفين اولان ه
و قوسلرى مجموعنك نصفى اولوب اسمنه قوس وسط تسميه اولنور

نتيجه ٢ بوندن ظاهر اولديكه وط + هل = ٢ ىس اولور

نتيجه ٣ حدك وره مثلثلرى متشابهين اولديغندن حد :
دك :: (وه : هر ::) ٢ وى : طل اولور

✻ دعوى ر شكل ✻

اكر ه د و قوسلرندن ه ايله د فضلى نه
د ايله و فضلنه مساوى اولسه نصف قطرك قوس وسط
تمام جيبنك ضعفنه نسبتى قوس تفاضل جيبنك طرفين قوسلرى
جيبلرنك تفاضلنه نسبتى كبى اولور

زيرا حو : حك :: وه : وم اولديغندن حو : ٢ حك :: وه : (٢ وم ياخود :) ور اولور يعنى هل وط جيبلرينك فضلى لواوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه‌ له اكر سو قوسى ٦٠ درجه اولسه وط هل جيبلرينك فضلى قوس تفاضلك جيبى اولان وه خطنه مساوى اولور زيرا بو صورتده حك خطى ٣٠ درجه‌ قوسك جيبى اولوب انك ضعفى نصف قطره مساوى اولديغندن حو = ٢ حك اولوب وه = ور اولور واكر سه سو قوسلرى ٦٠ درجه قوسدن مساوى بعدده واقع اولسه‌لر قوسين مرقومين جيبلرينك فضلى قوس تفاضلك جيبى اولان وه خطنه مساوى اولور

(نتيجه ٢) بوندن لازم كلوركه اكر صفر درجه‌دن التمش درجه‌يه دكين هر قنغى ابعاد متساويه‌ده واقع اولان جميع قوسلرك جيبلرى معلوم اولسه ابعاد مرقومه ايله ربع دوره دكين باقى قوسلرك جيبلرى دخى معلوم اولور زيرا ٦١ درجه‌نك جيبى = ٥٩ درجه ايله ١ درجه جيبلرى مجموعنه و ٦٢ درجه‌نك جيبى = ٥٨ درجه ايله ٢ درجه جيبلرى مجموعنه و ٦٣ درجه‌نك جيبى = ٥٧ درجه ايله ٣ درجه جيبلرى مجموعنه وهكذا الخ اولور

(نتيجه ٣) اكر صفر درجه‌دن ربع دورك هر قنغى محلنه‌دكين ابعاد متساويه‌ده واقع اولان جميع قوسلرك جيبلرى معلوم اولسه ابعاد مذكوره ايله محل مرقومك ضعفنه دكين باقى قوسلرك جيبلرى دخى معلوم اولور مثلا صفر درجه‌دن ١٥ درجه‌يه دكين جميع قوسلرك جيبلرى معلوم اولسه بالاده ذكر اولنان تناسب اوزره ٣٠ درجه‌يه دكين باقى قوسلرك جيبلرى معلوم اولور زيرا نصف قطرك : ١٥ درجه‌نك تمام جيبى ضعفنه نسبتى :: ١ درجه جيبنك : ١٤ , ١٦

درجه لرك جيبلری تفاضلنه نسبتی كبی و :: ٢ درجه جيبنك : ١٣,١٧ درجه لرك جيبلری تفاضلنه نسبتی كبی اولوب بو ترتيب اوزره ٣٠ درجه يه دكين اولان قوسلرك جيبلری استخراج اولنور وكذا نصف قطرك : ٣٠ درجه نك تمام جيبی ضعفنه يعنی ٦٠ درجه جيبنك ضعفنه نسبتی :: ١ درجه جيبنك : ٢٩,٣١ درجه لرك جيبلری تفاضلنه نسبتی كبی و :: ٢ درجه جيبنك : ٢٨,٣٢ درجه لرك جيبلری تفاضلنه نسبتی كبی و :: ٣ درجه جيبنك : ٢٧,٣٣ درجه لرك جيبلری تفاضلنه نسبتی كبی اولور امدی ١,٢ دقيقه لرك جيبلريله تمام جيبلری معلوم اولسه ٤ دقيقه يه دكين باقی قوسلرك جيبلری دخی معلوم اولور زيرا نصف قطرك : ٢ دقيقه نك تمام جيبی ضعفنه نسبتی :: ١ دقيقه جيبنك : ١,٣ دقيقه لرك جيبلری تفاضلنه نسبتی كبی و :: ٢ دقيقه جيبنك : ٠,٤ دقيقه لرك جيبلری تفاضلنه نسبتی يعنی : ٤ جيبی وكذا ٤ دقيقه نك تمام جيبی استخراج اولندقده نصف قطر : ضعف تمام جيب ٤ :: جيب ١ : فضل جيب ٣ ٥ و :: جيب ٢ : فضل جيب ٢ ,٦ و :: جيب ٣ : فضل جيب ١ ,٧ و :: جيب ٤ : فضل جيب ٠ ,٨ يعنی : جيب ٨ اولور بعده ٨ دقيقه نك تمام جيبی استخراج اولندقده اشبو تناسب اوزره آنك ضعفی اولان ١٦ دقيقه يه وارنجه باقی قوسلرك جيبلری استخراج اولنوب ربع دوره دكين بو سياق اوزره تكميل اولنور

❊دعوی ح شكل ٧❊

محيط دائره اوزرنده واقع اح زاويه‌سی اى خط مستقيمی ايله تنصيف اولنوب اح دخی اخراج اولنه بعده اى خطنه مساوی خط مخرجی قطع ايلمك شرطيله ده خطی رسم اولندقده خط مخرج مرقومی ه نقطه سنده قطع ايدوب ده خطی اى خطنه مساوی اولور زيرا ى و ح وصل اولندقده حاصل اولان اىح ذوات الاربعة اضلاعك

خارجنده واقع اولان د ح ه زاويه سى داخلنده وقارشو سنده بولنان ب زاويه سنه مساوى اولور (٣ نتيجه) وكذا ه زاويه سى د ا ح زاويه سنه مساوى (١ ٤) باخود بالعمل اكا مساوى اولان د ا ب زاويه سنه مساوى اولديغندن ب ا د ح ه د مثلثلرى متشابهين اولوب ا د ضلعى د ه ضلعنه بالعمل مساوى اولمغين ح ه ا ب ضلعلرى دخى متساويين اولوب مطلوب ثابت اولور

دعوى ط شكل ٨

محيط دائره اوزرنده ا ب ح د ه و ر قوسلرى بربرينه مساوى اخذ اولنوب ب ا ا ح ا د ا ه او ا ر وترلرى رسم اولندقده نسبة ب ا الى ا ح كنسبة ا ح الى ب ا + ا د و كنسبة ا د الى ا ح + ا ه وكنسبة ا ه الى ا د + او وكنسبة او الى ا ه + ا ر اولور زيرا ب ح وصل اولنوب بعده ا د ا ه او ا ر وترلرى ح ط ك ل نقطه لرينه دكين بروجهله استقامت اوزره اخراج اولنه كه ا ح ا ط ا ه ك اول مثلثلرى متساوى الساقين اوله امدى ب ا د زاويه سى بالفرض ا ح خطيله تنصيف اولنديغندن د ح = ا ب (ح) ه ط = ا ح وكذا و ك = ا د اولوب ر ل دخى = ا ه اولورلكن ا ب ح ا ح ا ط ا ه ك اول مثلثات متساوية الساقينلرك هر برنده قاعده لرى عندلرنده اولان ا زاويه لرى بربرلرينه مساوى اولدقلرندن (٣ ك ا) مثلثات مرقومه لر متشابهه اولورلر بواجلدن
ب ا : ا ح :: ا ح : (ا ح =) ب ا + ا د و :: ا د : (ا ط =)
ا ح + ا ه و :: ا ه : (ا ك =) ا د + او و :: او : (ا ل =)
ا ه + ا ر اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه نسبة ب ا الى ا ح كنسبة نصف القطر الى ضعف تمام جيب نصف قوس ا ب اولديغندن (نتيجه ٥) ر : ضعف تمام جيب

نصف

نصف قوس اب :: اب/٢ : اج/٢ و :: اج/٢ : اب/٢ + اد/٢ و :: اد/٢
: اج/٢ + اه/٢ و :: اه/٢ : اد/٢ + او/٢ اولور امدی اخذ اولنان
قوسلردن هر بری ٢ دقیقه اولسه لر با وترینك نصفی ١ دقیقه نك
جیبی اولوب اج/١ ٢ دقیقه جیبی و اد/٢ ٣ دقیقه جیبی و اه/٢ ٤
دقیقه جیبی وهکذا لخ اولور بو تقدیرجه ١ و ٢ دقیقه لرك جیبلری
معلوم اولدقده جیوب باقیه یی اشبو طریق آتی ایله دخی استخراج
ممکندر مثلا ١ دقیقه قوسنك تمام جیبی یعنی ٨٩ درجه ٥٩ دقیقه
قوسك جیبی ایچون اشبو ب اشارتی وضع اولنوب آنفا بیان اولندیغی
وجهه اوزره ر : ٢ب :: جیب ٢ : جیب ١ + جیب ٣
اولدیغندن ٣ دقیقه نك جیبی معلوم اولور وکذا ر :
٢ب :: جیب ٣ : جیب ٢ + جیب ٤ اولوب ٤ دقیقه نك جیبی
دخی معلوم اولور وکذا ر : ٢ب :: جیب ٤ : جیب ٣ +
جیب ٥ اولمغین ٥ دقیقه نك جیبی دخی معلوم اولوب وهلم جرا جیبلر
معلوم اولور امدی ٦٠ درجه یه دکین جمیع قوسلرك جیبلری بو سیاق
اوزره استخراج اولنوب باقی قوسلرك جیبلری فقط برجمع ایله
استحصال اولنور (٢ نتیجه‌سی) و بو جیبلرك مجموعی بعدالاستخراج
مماسلر و قاطعلر و سهملر برنجی دعوامز ایله استخراج اولنور

❀ دعوی ـه شکل ❀

اصغر قوسلرك جیبلریله مماسلری اقرب مساوات نسبتی اوزره‌در
زیرا اح یح مثلثلری متشابهین اولدیغندن بی : با ::
حی : حا اولوب ی نقطه‌سی ا نقطه‌سنه تقرب ایلدکجه بی
خطی با خطنه اقرب مساوی اولمغین حی جیبی دخی حا مماسنه
اقرب مساوی اولور امدی یا خطی نصف قطرك ١/١٠٠٠٠٠٠٠
جزندن اصغر اولسه جیب مرقوم ایله مماس مذکورك تفاضلی

مماس مزبورك $\frac{1}{1000000}$ جزندن اصغر اولوب مطلوب ثابت اولور
نتيجه هرقوس كندى مماسندن اقصر وجيبندن اطول
اولوب برقوس اصغرك جيبى كندى مماسنه اقرب مساوى
اولديغندن قوس مرقوم دخى كندى جيبنه اقرب مساوى
اولوب هربار قوسلر اصغر اولسه لرا شبو تناسب اوزره اولورلر
يعنى نسبة قوس الى قوس آخر كنسبة جيب الى جيب آخر اولور

✽ دعوى ١١ ✽

بردقيقه قوسك جيبنى استخراجك طريقيدر

مثلا داخل دائره ده رسم اولنان مسدس منتظمك ضلعى يعنى
٦٠ درجه نك وترى نصف قطره مساوى اولديغندن (٤ ه)
آنك نصفى ٣٠ درجه قوسك جيبى اولور وبو جيبدن ١٥ درجه
قوسك جيبى استخراج اولنوب (ى) اندن دخى ٧ درجه ٣٠ دقيقه
قوسك جيبى استخراج وهكذا استخراج اولندقده اون ايكنجى
تنصيفده برقوس اصغر حاصل اولور كه آنك تمام جيبى نصف
قطره اقرب مساوى اولور وبو قوسك اشارتى ق اولسون امدى
قوس اصغرلرك بربرينه نسبتى انلرك جيبلرينك نسبتى كبى
اولديغندن (نتيجه كه) نسبة ق الى قوس ١ دقيقه كنسبة جيب ق
الى جيب قوس ١ دقيقه اولوب ١ دقيقه نك جيبى معلوم اولدقده
٢ دقيقه نك جيبى ايله تمام جيبى دخى استخراج اولنور (٧ ,٣)
تنبيه . نصف قطر واحد اولديغنه كوره بو طريق ايله
استخراج اولنان بردقيقه نك جيبى ٠,٠٠٠٢٩٠٨٨٤

✽ دعوى ١٢ شكل ✽

نصف قطر واحد اعتبار اولندقده نسبة نصف قطر الى ضعف
تمام جيب درجة ٣٠ كنسبة عدد ١ الى $\sqrt{3}$ اولور

زيرا

زيرا نصف قطر واحد اولديغنه كوره ٣٠ درجه نك جيبى ١/٢ اولديغندن (ما) انك تمام جيبى √(١ − ١/٤) = √(٣/٤) اولور (ح) امدى آنفا اثبات اولنديغى وجه اوزره نسبة نصف قطر الى ضعف تمام جيب ٣٠ درجه كنسبة ١ الى ٢√(٣/٤) = ٢/٢ √٣ = √٣

اولوب مطلوب ثابت اولور

نتيجه ١ اشبو دعوى ايله ر دعوامزك برهانندن ظاهر اولوركه ٣٠ درجه دن ابعاد متساويه ده واقع هر قنغى ايكى قوسك ٣٠ درجه ايله اولان قوس تفاضل جيبى √٣ عدده ضرب اولندقده حاصل اولان مقدار قوسين مرقومين جيبلرى بيننده واقع تفاضل اولور

نتيجه ٢ اكر ب د قوسى ٣٠ درجه اولسه انك جيبى اولان د ك خطى ١/٢ اولور امدى ح ذ يعنى ر : د ك :: ح ى : ى س اولوب (و) ١ : ١/٢ :: ح ى : ى س اولديغندن ١ × ى س = ١/٢ × ح ى ياخود ح ى/٢ = ى س اولور وكذا و ط ه ل جيبلرى مجموعى = ٢ ى س اولوب (نتيجه ٢ و) ٢ ح ى/٢ = و ط + ه ل اولديغندن ح ى = و ط + ه ل اولور يعنى ٣٠ درجه نك طرفينده ابعاد متساويه ده واقع اولان هر قنغى ايكى قوسك جيبلرى مجموعى قوسين مرقومين تفاضلى نصفنك تمام جيبنه مساويدر (نتيجه ٣) ح ذ يعنى ر : د ك :: ٢ و ى : ط ل اولوب (نتيجه ٣ و) ياخود ١ : ١/٢ :: ٢ و ى : ط ل اولديغندن و ى = ط ل = ح ل − ح ط اولور يعنى ٣٠ درجه قوسك طرفينده ابعاد متساويه ده واقع هر قنغى ايكى قوسك تمام جيبلرينك فضلى قوسين مرقومين تفاضلى نصفنك جيبنه مساويدر بو اجلدن بر دقيقه دن اوتوز درجه يه دكين جميع قوسلرك جيبلرى و تمام جيبلرى معلوم اولسه اشبو طريق اوزره ٣٠ درجه دن ٦٠ درجه يه دكين اولان قوسلرك جيبلريله تمام جيبلرى فقط بر طرح ايله استحصال اولنوب ٦٠ درجه دن ٩٠ درجه يه دكين اولان قوسلرك

جيبلرى فقط برجمع ايله استخراج اولنور امدى بروجه محرر مجموع جيوب استحصال واستخراج اولندقده مماسلر وقاطعلر وسهملر مجموعى دخى استخراج اولنور (ح)

معلوم اوله كه برمثلثك اضلاعى هرقنغى مقياس مفروض اجزاسندن نقدار اولديغنى اعلام ضمننده اضلاع مرقومه دن فقط اعداد ايله بيان اولنوب لكن بوندن اقدم بطريق الهندسه مقدارلرى معلوم اولان اصول مثلثاته دائر خطوط دخى جنس واحددن اولمق اوزره تسهيل حساب ايچون مجموعى اعداده تبديل اولنمق لازم اولمغين طريق تبديلنه متعلق برقاچ امثله ذكروايرادى مناسب كوريلوب بروجه آتى بيان اولنور مثلا بردقيقه نك تمام جيبى مراد اولنسه بردقيقه نك جيبى ـــــــــــــ ٠,٠٠٠٢٩٠٨٨٨٢
انك مربعى ـــــــ ٠,٠٠٠٠٠٠٠٨٤٦١٥٩٤ اول مربع اشبو نصف قطر واحد مربعندن طرح اولندقده ١,٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠
باقى قلان ـــــــــــــ ٠,٩٩٩٩٩٩٩١٥٣٨٤٠٦
انك جذرى اولان اشبو ـــــــــ ٠,٩٩٩٩٩٩٩٥٧٧
بردقيقه نك تمام جيبى يعنى ٨٩ درجه ٥٩ دقيقه نك جيبى اولوب سائر قوسلرك جيبلرى دخى اشبو طريق ايله استخراج اولنور مثلا

ضعف تمام جيب ١ × جيب ١ = ٠ , ٢ جيبلرى مجموعى
ضعف تمام جيب ١ × جيب ٢ = ١ , ٣ جيبلرى مجموعى
ضعف تمام جيب ١ × جيب ٣ = ٢ , ٤ جيبلرى مجموعى } نتيجه ط
ضعف تمام جيب ١ × جيب ٤ = ٣ , ٥ جيبلرى مجموعى
ضعف تمام جيب ١ × جيب ٥ = ٤ , ٦ جيبلرى مجموعى

وهكذا استخراج اولنوب بردقيقه نك تمام جيبنك ضعفى اولان اشبو ارقام ١,٩٩٩٩٩٩٩١٥٤ جيوب استخراجنده دائما مستعمل اولديغندن

بردن طقوزه قدر اولان ارقام
هندیه یه ضرب وحاصللری
برجدوله وضع اولندقده مقادیر
جیوبك اعدادی فقط برجمع
ایله استخراج اولنور

عدد	حاصللر
١	١,٩٩٩٩٩٩٩٩١٥٤
٢	٣,٩٩٩٩٩٩٩٨٣٠٨
٣	٥,٩٩٩٩٩٩٩٧٤٦٢
٤	٧,٩٩٩٩٩٩٩٦٦١٦
٥	٩,٩٩٩٩٩٩٩٥٧٧٠
٦	١١,٩٩٩٩٩٩٩٤٩٢٤
٧	١٣,٩٩٩٩٩٩٩٤٠٧٨
٨	١٥,٩٩٩٩٩٩٩٣٢٣٢
٩	١٧,٩٩٩٩٩٩٩٢٣٨٦

امدی بردقیقه نك تمام جیبی ضعفنه هرقنغی عدد ضرب اولنمق مراد اولنسه اولا مضروب اولان عددك ارقامیله جدول مزبوره دخول وحذالرنده بولنان حاصللر اخذ اولنوب ضرب نظامی اوزره وضع وجمع اولندقده ضرب عسرتی منقطع اولور وبو عملی غایت تسهیل ایچون اشبو ترتیب آتی استعمال اولنور امدی بردقیقه تمام جیبنك ضعفی اولان عددك یمیننده واقع رقم یعنی ٤ تحتنه هرقنغی مضروب اولان جیبك یسارنده واقع اول رتبه سی وضع اولنوب ارقام باقیه عكس نظام اوزره تحریر اولنه بعده مضروبك یمیننده اولان ابتداکی رقم موثری فوقنده مضروب فیهك هرقاچنجی كسر اعشاریسی وار ایسه مضروب رقمیله جدوله دخول اولنوب حذاسنده بولنان حاصلدن دخی اولقدر كسر اعشاری اخذ اولنور لكن ترك اولنان كسر اعشارنده مأخوذی ولی ایدن رقم بشدن زیاده اولور ایسه اخذ اولنان كسر اعشارینك آخرینه واحد جبر وزیاده اولنوب مضروب فیهك یمینی تحتنده وضع اولنسه ومضروبك ایكنجی واوچنجی الخ رقملرینك حاصللری بوسیاق اوزره اخذ ووضع اولنور مثلا ایكی دقیقه نك جیبی مراد اولنسه اولا بردقیقه تمام جیبنك ضعفی تحتنه بردقیقه جیبی بروجه محرر عكس نظام اوزره وضع اولندقده مضروبك ابتداکی رقم موثری اولان ٢ فوقنده مضروب فیهك التنجی

اعشاريسى بولنمغين جدول مرقومدن رقم مزبور حذا سنده
واقع حاصلدن دخى التنجى اعشاريسنه دكين اخذ اولنور لكن
التنجى اعشاريبى ولى ايدن رقم بشدن زياده اولوب واحد
اخذ وضم اولندقده اشبو ٤٠٠٠٠٠٠ حاصل وجه مذكورا وزره
وضع اولنور وكذا مضروبك ٢ رقمنى ولى ايدن ٩ رقمنك
فوقنده مضروب فيهك بشنجى اعشاريسى بولنمغين جدول مرقومدن
٩ رقم حذا سنده واقع حاصلدن دخى طريق مذكورا وزره بشنجى
اعشاريسنه دكين اخذ اولندقده اشبو ١٨٠٠٠٠٠ حاصل بنه
وجه مذكور اوزره وضع وباقى رقملرك حاصللرى دخى بو سياق

١,٩٩٩٩٩٩٩٩١٥ ٤ ٢ ٨٨٨٠٩٢٠٠٠,٠	اوزره اخذ ووضع اولندقده
٤٠٠٠٠٠٠ ١٨٠٠٠٠٠ ١٦٠٠٠ ١٦٠٠ ١٦٠ ٤	اشبو حاصللرك جمعى ايكى دقيقه نك جيبى اولور هكذا
٠,٠٠٠٠٥٨١٧٧٦٤	

وبو وجهله توهمى اسان اولمق ايچون اشبو ٣، ٤، ٥، ٦ دقيقه لرك
جيبلرينك طريق استخراجى بو محلده وضع وبيان اولنمشدر

٣ دقيقه جيبى
١,٩٩٩٩٩٩٩٩١٥ ٤
٤ ٦٧٧١٨٥٠٠٠٠,٠
١٠٠٠٠٠٠٠
١٦٠٠٠٠٠
٢٠٠٠٠
١٤٠٠٠
١٤٠٠
١٢٠
٨
٠
٠ ٠٠١١٦٣٥٥٢٨
٠,٠٠٠٠٢٩٠٨٨٨٢
٠,٠٠٠٠٨٧٢٦٦٤٦

٤ دقيقه جيبى
١,٩٩٩٩٩٩٩٩١٥ ٤
٦ ٤٦٦٢٧٨٠٠٠٠,٠
١٦٠٠٠٠٠٠
١٤٠٠٠٠٠
٤٠٠٠٠
١٢٠٠٠
١٢٠٠
٨٠
١٢
٠
٠,٠٠٠١٧٤٥٣٢٩٢
٠,٠٠٠٠٥٨١٧٧٦٤
٠٠٠١١٦٣٥٥٢٨

٥ دقیقه جیبی	٦ دقیقه جیبی
١،٩٩٩٩٩٩٩٩١٥ ٤	١،٩٩٩٩٩٩٩٩١٥ ٤
٨ ٢٥٥٣٦١١٠٠،٠	٠ ١٤٤٤٥٤١٠٠،٠
٢٠٠٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠٠٠
٢٠٠٠٠٠٠	٨٠٠٠٠٠٠
١٢٠٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠٠
٦٠٠٠٠	٨٠٠٠٠
١٠٠٠٠	٨٠٠٠
١٠٠٠	٨٠٠
٤٠	٢٠
١٦	٠
٠،٠٠٠٢٣٢٧١٠٥٦	٠،٠٠٠٢٩٠٨٨٨٢٠
٠،٠٠٠٠٨٧٢٦٦٤٦	٠،٠٠٠١١٦٣٥٥٢٨
٠،٠٠٠١٤٥٤٤٤١٠	٠،٠٠٠١٧٤٥٣٢٩٢ آ

اشبو امثلهٔ مرقومه نك هر برندن طرح اولنان جیب دائما مطلوب اولان قوسدن ایکی دقیقه ناقص اولق اوزره بولنان قوسك جیبی اولوب بعد الطرح باقی قلان عدد قوس مطلوبك جیبی اولور قالدیکه ذکر اولنان طریقه‌یی طالبلرك فهم وادراکارینه بغایت آسان اولدیغندن اصول مثلثاته دائر خطوطك مجموعی اعداده توجهله تبدیل اولندیغنی ارائه یه امثلهٔ مرقومه کافی ووافیدر امدی خطوط مرقومه نك اعدادی استخراج وجدوللره بسط وتحریر اولنوب حسب الاقتضا استعماللری دخی دعاوی آتیه‌ده ذکر اولنسه کرکدر

اصول مثلثاته دائر خطوطك استعماللرى بيانندەدر

❋دعوى ﻫ شكل ٩❋

برمثلث قائمة الزاويه ده وترقائمه نصف قطر فرض اولنسه ضلعين باقيەلرندن هر برى موترا اولديغى زاويه سنك جيبى اولور واكر ضلعين مرقومين دن بريسى نصف قطر فرض اولنسه ضلع باقى موتر اولديغى زاويه سنك مماسى اولوب وترقائمه دخى اول زاويه نك قاطعى اولور

مثلا ا ب ح مثلث قائم الزاويه سنده ب ح وترقائمه سى نصف قطر فرض اولنسه اح اب ضلعين باقيەلرندن هر برى موترا اولديغى اب ح اح ب زاويه لرينك نظير نظيرينك جيبى اولور واكر ضلعين مرقومين دن بريسى مثلا اب ضلعى نصف قطر فرض اولنسه اح ضلع باقى موتر اولديغى اب ح زاويه سنك مماسى اولوب ب ح وترقائمه سى دخى زاويۀ مرقومه نك قاطعى اولور* زيرا ب نقطه سى مركز اعتبار اولنوب اب ب ح بعدلريله اهـ ح د قوسلرى رسم اولندقده ح اب زاويه سى بالفرض قائمه اولوب ب ح ضلعى نصف قطر اولديغندن اح ضلعى اب ح زاويه سنك جيبى اولور (ح د ٥) واكر اب ضلعى نصف قطر اولسه اح ضلعى اب ح زاويه سنك مماسى ب ح وترقائمه سى دخى زاويۀ مرقومه نك قاطعى اولوب (ح د ٧ و ٨) مطلوب ثابت اولور

نتيجه برمثلث قائم الزاويه ده وترقائمه وبرضلع وبرزاويۀ حاده اشبو مذكورات ثلثه دن هرقنقى ايكيسى معلوم اولسه اوچنجى دخى معلوم اولور

نتيجه برمثلث قائم الزاويه ده زاويۀ قائمه يى محيط اولان ايكى ضلع وبرزاويۀ حاده اشبو مذكورات ثلثه ده هرقنقى ايكيسى معلوم اولسه اوچنجى دخى معلوم اولور

❋دعوی ید بشکل❋

هر مثلثدن ضلعلرك بر برینه نسبتی اول ضلعلرك موترا اولدیغی زاویه لری جیبلرینك بر برینه نسبتی کبیدر

مثلا مثلث مفروضمز قائم الزاویه اولسه آنفا اثبات اولندیغی وجه اوزره دعوامزدن ظاهر اولور زیرا وتر قائمه نصف قطر اعتبار اولندقده ضلعین آخرندن هر بری موترا اولدقلری زاویه لرك جیبی اولوب وتر قائمه یعنی نصف قطر دخی زاویهٔ قائمه نك جیبی اولور (حه) واکر ا ح مثلثی مائل الزاویه یعنی غیر قائم الزاویه اولسه مثلث مرقومك ح رأسندن اب قاعده سی اوزرینه یاخود اخراج اولنان قاعده سی اوزرینه حی عمودی اقامه اولندقده اح نصف قطر اولدیغنه کوره عمود مرقوم حاب زاویه سنك جیبی اولور (حه ٨،٥) وکذا بح ضلع اطولندن اح ضلعنه مساوی به قطع اولندقده نصف قطر مزبوره کوره حی خطنه موازی رسم اولنان هو خطی حبا زاویه سنك جیبی اولور امدی بحی بهو مثلثلری متشابهین اولدیغندن بح : به یاخود اح :: حی : هو یعنی بح : اح :: جیب زاویهٔ حاب : جیب زاویهٔ حبا اولوب مطلوب ثابت اولور

نتیجه هر مثلثدن ایکی ضلع ایله موترا ولدقلری زاویه لردن هرقنقی اوچی معلوم اولسه دردنجی دخی معلوم اولور

تنبیه هرقنقی مثلث اوزرینه بر دائره رسم اولندقده هر بر ضلعنك نصفی اول ضلعك موترا ولدیغی زاویه سنك جیبی اولوب مقدارلرك اصناف متساویه لرینك بر برینه نسبتی کندولرینك بر برینه نسبتی کبی اولدیغندن دعوای مذکور بو طرز ایله دخی اثبات اولنمق ممکندر

فائده ٣

هر ايكى مقدارك مجموعيله انلرك تفاضلى معلوم اولدقده مقدارين مرقومندن هربرينى استخراج ايتمك طريقيدر



مثلا نصف مجموع ايله نصف فضل جمع اولندقده حاصل اولان مقدار اعظم اولوب نصف مجموعدن نصف فضل طرح اولندقده باقى قالان مقدار اصغر اولور * زيرا اب مقدارى اد دب مقدارلرينك مجموعى اولوب اح مقدارى دب مقدارينه مساوى اخذ اولنوب حد مقدارى ه نقطه سنده تنصيف اولندقده حه ياخود هد نصف فضل اولوب اه ياخود هب نصف مجموع اولور امدى اه + هد = اد مقدار اعظم اولوب اه ياخود هب − هد = دب مقدار اصغر اولور اد − اه = هد نصف فضل اولور

دعوى ٥ شكل ١١

هر مثلثده مجموع ضلعينك تفاضل ضلعينه نسبتى فوق القاعده بولنان نصف مجموع زاويتين مماسنك نصف تفاضل زاويتين مرقومتين مماسنه نسبتى كبيدر

مثلا ابح مثلثنده اب اح ضلعلرى مجموعنك اول ضلعلر تفاضلنه نسبتى فوق القاعده بولنان حبا بحا مجموع زاويتين نصفى مماسنك اول زاويه‌لر تفاضلى نصفنك مماسنك نسبتى كبى اولور * زيرا ا نقطه سى مركز اعتبار اولنوب اب بعديله رسم اولنان بهد دائره سنده د نقطه سنده تلاقى ايدنجيه دكين حا ضلعى استقامت اوزره اخراج اولنه بعده دب هب وصل اولنوب بد خطنه

موازی هو دخی رسم اولندقده مرکزده اولان د ا زاویه سی
ح ا ـ ح ا زاویه لری مجموعنه مساوی اولوب محیطده اولان د هـ
زاویه سی ح ا ـ ح ا زاویه لری مجموعنک نصفنه مساوی اولدیغندن
(٣ مد) ا هـ زاویه سی دخی انلرک مجموعنک نصفنه مساوی
اولوب ح ا زاویهٔ اعظمندن ا هـ نصف مجموعی طرح اولندقده
باقی قالان هـ ح زاویه سی ح ا ـ ح ا زاویه لری تفاضلنک
نصفنه مساوی اولور (فائده ٣) امدی د هـ زاویه سی قائمه
اولدیغندن هـ و زاویه سی دخی قائمه اولمغین هـ خطی نصف
قطر فرض اولندقده د خطی هـ د زاویه سنک مماسی اولوب
هـ و خطی هـ و زاویه سنک مماسی اولور (جد ٧) بعده ح هـ و
ح د مثلثلری متشابهین اولدیغندن ح د : ح هـ :: د : هـ و یعنی
مجموعی ضلعینک تفاضل ضلعینه نسبتی فوق القاعده بولنان
نصف مجموعی زاویتین مماسنک نصف تفاضل زاویتین
مرقومتین مماسنه نسبتی کبی اولوب مطلوب ثابت اولور

❋ دعوی نو شکل ١٢ ❋

برمثلثدن هر ایکی ضلع مستطیلی ضعفنک اول ضلعلر مربعلری
مجموعیله مربع قاعده بیننده اولان فضلنه نسبتی نصف قطرک
ضلعین مرقومین محیط اولدیغی زاویه نک تمام جیبنه نسبتی کبیدر
مثلا ا ب ح مثلثنده ب ا ـ ب ح ضلعلری مستطیلی ضعفنک ب ا ـ ب ح
مربعلری مجموعیله ا ح قاعده سی مربعی بیننده اولان فضلنه
نسبتی نصف قطرک ب زاویه سی تمام جیبنه نسبتی کبی اولور
زیرا ا نقطه سندن ب ح ضلعی اوزرینه ا د عمودی اخراج
اولندقده ب ا ـ ب ح مربعلری مجموعیله ا ح قاعده سنک مربعی
بیننده اولان فضل ب ح ـ ب د مستطیلنک ضعفنه مساوی اولور

(۳ ر ۶) امدی هر فنقی ایکی مقدارك بر برینه نسبتی انلرك اضعاف متساویه لرینك بر برینه نسبتی کبی اولدیغندن (۵ ر ۷) ـ ا ـ ح مستطیلی ضعفنك ـ ح ـ ی مستطیلی ضعفنه نسبتی ـ ا ضلعنك ـ ی ضلعنه نسبتی کبی اولور (۶ نتیجه ۲) یعنی نصف قطرك ـ او زاویه سی جیبنه یاخود ح ـ ا زاویه سی تمام جیبنه نسبتی کبی اولوب مطلوب ثابت اولور

❀ دعوی ر ۱۲ شکل ❀

اکر رأس مثلثدن قاعده سی اوزرینه نازل اولان عمود داخل مثلثده واقع اولسه قاعده نك ضلعین آخرین مجموعنه نسبتی فضل ضلعینك فضل قسمی القاعده یه نسبتی کبی اولور واکر عمود مرقوم خارج مثلثده واقع اولسه قاعده نك ضلعین آخرین مجموعنه نسبتی فضل ضلعینك موقع عمود ایله قاعده نهایتلری ارا سنده واقع بعدلر مجموعنه نسبتی کبی اولور

مثلا ا ح مثلثده ا رأسندن نازل اولان ای عمودی ـ ح قاعده سنی داخل مثلثده قطع ایلسه ـ ح قاعده سنك ا ـ اح ضلعلری مجموعنه نسبتی ضلعین مزبورین فضلنك قاعده قسملری اولان ـ ی حی فضلنه نسبتی کبی اولور * زیرا ا ـ اح مجموعنك بینلرنده کی فضلنه مستطیلی ـ ح قاعده سنك ـ ی حی قسملری بیننده کی فضلی مستطیلنه مساوی اولوب (۲ نتیجه) مستطیلین متساوینك ضلعلری متکافیه متناسبه اولدیغندن (۶ نتیجه) ـ ح : مجموعی ا ـ اح :: فضل ا ـ اح : فضل قسمی ـ ی حی اولور واکر ا ح مثلثده ای عمودی اخراج اولنان ح ـ قاعده سنی خارج مثلثده قطع ایلسه ـ ح قاعده سنك ا ـ اح ضلعلری مجموعنه نسبتی ضلعین مرقومین فضلنك موقع عمود ایله قاعده نهایتلری ارا سنده واقع حی ـ ی

مجموعنه نسبتی کبی اولور * زیرا اب اح ضلعلری مجموعنك بینلرنده کی
فضلنه مستطیلی حد بد مجموعنك بینلرنده کی فضلی مستطیلنه
مساوی اولمغین حد بد بینلرنده کی فضل دخی بح قاعده سی اولوب
اب اح مجموعنك بینلرنده کی فضلنه مستطیلی حد بد مجموعنك
بح قاعده سی مستطیلنه مساوی اولدیغندن بح : مجموع اب اح
:: فضل اب اح : مجموع حد بد اولوب مطلوب ثابت اولور

* دعوی ٤ شکل ١٣ *

هر مثلثده نصف مجموع الاضلاعی قاعده ونصف مجموع الاضلاع
تفاضلنه مستطیلنك ضلعین اخرینه‌دن هر برینك نصف مجموع
الاضلاع ایله تفاضللری مستطیلنه نسبتی مربع نصف قطرك ضلعین
مرقومین محیط اولدیغی زاویه سی نصفنك مربع مماسنه نسبتی کبیدر
مثلا ابح مثلثنده بح ضلعی قاعده فرض اولندقده نصف
مجموع الاضلاعی قاعده ونصف مجموع الاضلاع تفاضلنه
مستطیلنك ضلعین آخرینه‌دن هر برینك نصف مجموع الاضلاع ایله
تفاضللری مستطیلنه نسبتی مربع نصف قطرك ضلعین مرقومین
محیط اولدیغی باح زاویه سی نصفنك مربع مماسنه نسبتی کبی اولور
زیرا * باح حبا زاویه لری ار بر خطلریله تنصیف اولنوب
اب ضلعی اخراج اولنه وخارج مثلثده حادث اولان حبح زاویه سی
بط خطیله تنصیف اولنوب اشبو بط خطی ط نقطه سنده
قطع ایدنجیه دکین ار دخی استقامت اوزره اخراج اولنه بعده
مثلث مرقومك اضلاع ثلثه سی اوزرینه ر ط نقطه لرنده رد
ره رو طح طی طك عمودلری اخراج طح دخی وصل
اولندقده رد ره رو خطلری بربرینه مساوی اولوب (٤ د)
اد خطی اه خطنه بد خطی بو خطنه حه دخی حو

خطنه مسـاوی اولورو کذا حـ ک حا ے زاویه لری ـط طا
خطلریله تنصیف اولندیغندن طح طـ ه طک خطلری بربرینه
مسـاوی اولوب (١ کا) ـ ح خطی ـ ک خطنه اح دخی ا ے
خطنه مسـاوی اولور (١ کا) امدی طح ے طح ک مثلثلرندن
طـ ه طک ضلعلری متساوبین طح دخی مشترك اولوب طـ ه ح
طح ک زاویه لری قائمـه اولدیغندن حـ ه ضلعی ح ک ضلعنـه
مساوی اولور (٣ نتیجـه) وکذا ـ ح ـ ک متساوبین ح ک دخی
حـ ه خطنه مسـاوی اولوب ـ ح خطی ـ ح حـ ه خطـلری
مجموعنه مساوی اولدیغندن ا ـ اح ـ ح مجموعی اح ا ے خطلری
مجموعنه مساوی اولور لکن اح ا ے خطلری متساوبین اولوب هر بری
ا ـ ح مثلثنك نصف مجموع الاضلاعی اولان ا ـ وح خطـلری
مجموعنه مسـاوی اولمغین ا ـ مشترکی طرح اولندقده وح ـ ح
باقیلری دخی متساوبین اولورلر و بو مثلاو اثبات اولنور که ـ و ح ے
خطلری متسـاویین اولوب ـ ی رو ذوار بعة اضلاعده هر ایـکی
مقابل بولنان زاویه لر مجموعی ایکی قائمه یه مساوی اولدیغندن جمیع
زوایاسنیه مرورایدر محیط دائره رسم اتمك ممکن اولمغین (٣ اط)
ی رو زاویه سی و ـ ح زاویه سنه مسـاوی اولوب (٣ نتیجـه)
نصفلری اولان ـ ری ح ـ ط زاویه لری دخی متساویتین اولورلر
امدی ری ـ ـ طح مثلثلری متشـابهین اولدیغندن یر : ی ـ
:: ـ ح : ح ط اولوب یر . ح ط = ی ـ . ـ ح یاخود =
ـ و . وح اولور وکذا اح : ای :: ح ط : یر اولدیغنـدن
اح ای مستطیلی ح ط یر مستطیلنه مشابه اولوب اح . ای
: ح ط . یر (یاخود ـ و . وح) :: ای^2 : یر^2 (٦ نتیجـه)
یعنی :: مربع نصف قطر : ـ اح زاویه سنـك نصفی اولان ی ار
زاویه سنك مربع مماسنه نسبتی کبی اولور لکن ای خطی ا ـ ح مثلثنك

نصف مجموع الاضلاعنه مساوی اولان اح خطیله ءح یاخود
ـح قاعده سنك تفاضلی وكذا ـو یاخود حء خطی اح یاخود
اءخطیله اح ضلعنك تفاضلی اولوب وح یاخود ـح دخی اح
خطیله اـ ضلعنك تفاضلی اولدیغندن نصف مجموع الاضلاعی
قاعده و نصف مجموع الاضلاع تفاضلنه مستطیلنك ضلعین
آخرندن هر برینك نصف مجموع الاضلاع ایله تفاضلاری مستطیلنه
نسبتی مربع نصف قطرك ضلعین مرقومین محیط اولدیغی
زاویه سی نصفنك مربع تمامسنه نسبتی كبی اولوب مطلوب ثابت اولور

❁ دعوی ط شكل ١٤ ❁

هر مثلثده ایكی ضلع مستطیلنك قاعده وفضل ضلعین مجموعی
نصفیله قاعده دن فضل ضلعین بعد الطرح باقینك نصفی
مستطیلنه نسبتی مربع نصف قطرك ضلعین مرقومین محیط
اولدیغی زاویه سی نصفنك مربع جیبنه نسبتی كبیدر
مثلا اـح مثلثده ا زاویه سی مطلوب اولسه اولا اح ضلعی
اوزرنده اـ ضلعنه مساوی اح اخذ اولنوب ـح دخی وصل اولنه
بعده خط واصلك وسطندن مرور ایدیجی اطف خطی رسم
اولندقده ا زاویه سنی تنصیف ایدوب ـح خطنه دخی عمود اولور
(٣ نتیجه) وكذا ط نقطه سندن مرور ایدیجی ـح اح
خطلرینه موازی طل طك رسم اولندقده حح ـح خطلرینی
لص نقطه لرنده تنصیف ایدوب (١ نتیجه) طل خطی
صح خطنه طص دخی لح خطنه مساوی اولور (١ ل)
امدی اـ اح ضلعلری بیننده كی فضل اولان حح خطنه ء اشارتی
وضع اولنوب صـ مركزندن صـ ط بعدیله رسم اولنان محیط دائره
اف ـح طك ـح خطلری ف ـ ك م ن نقطه لرنده

قطع ایدوب حك دخی وصل اولندقده صك = صط = لح = لح
اولوب حح طك خطلری هم متساویین وهم متوازیین اولدیغندن
ح ط حك خطلری دخی هم متساویین وهم متوازیین اولورلر
پس بو صورتده اخراج اولنان حك خطی اف خطنه ف نقطه سنده
عمود اولوب (نتیجه ٧) كـ دخی وصل اولندقده طكـ
طكف مثلثلری متشابهین وبینلرنده طك ضلعی مشترك
اولدیغندن فك = طـ اولور امدی ـم = (ـص + صم
= بج/٢ + حج/٢ = (ب ج + د)/٢ وكذا ـد = (ب ج − د)/٢
اولوب ـط = (طح =) حك وكذا طـ = فك اولدیغندن
ـ = حف اولور بعده كیف ما اتفق اه خطی نصف قطر
فرض اولنوب ـح خطنه موازی رسم اولنان هس خطی
ـاح زاویه سی نصفنك جیبی اولغین اس ه اطـ اف ح مثلثلری
متشابه اولدقلرندن اه : هس :: اـ : ـط وكذا اه : هس
:: اح : (حف =) ـ اولوب اه٢ : هس٢ :: اـ . اح : ـط . ـ
(٦ ك) یاخود : ـم . ـد اولور (٣ ٤٤) یعنی ر٢ : ربع جیب
نصف زاویهٔ ـاح :: اـ . اح : (ب ج + د)/٢ . (ب ج − د)/٢ اولوب
مطلوب ثابت اولور

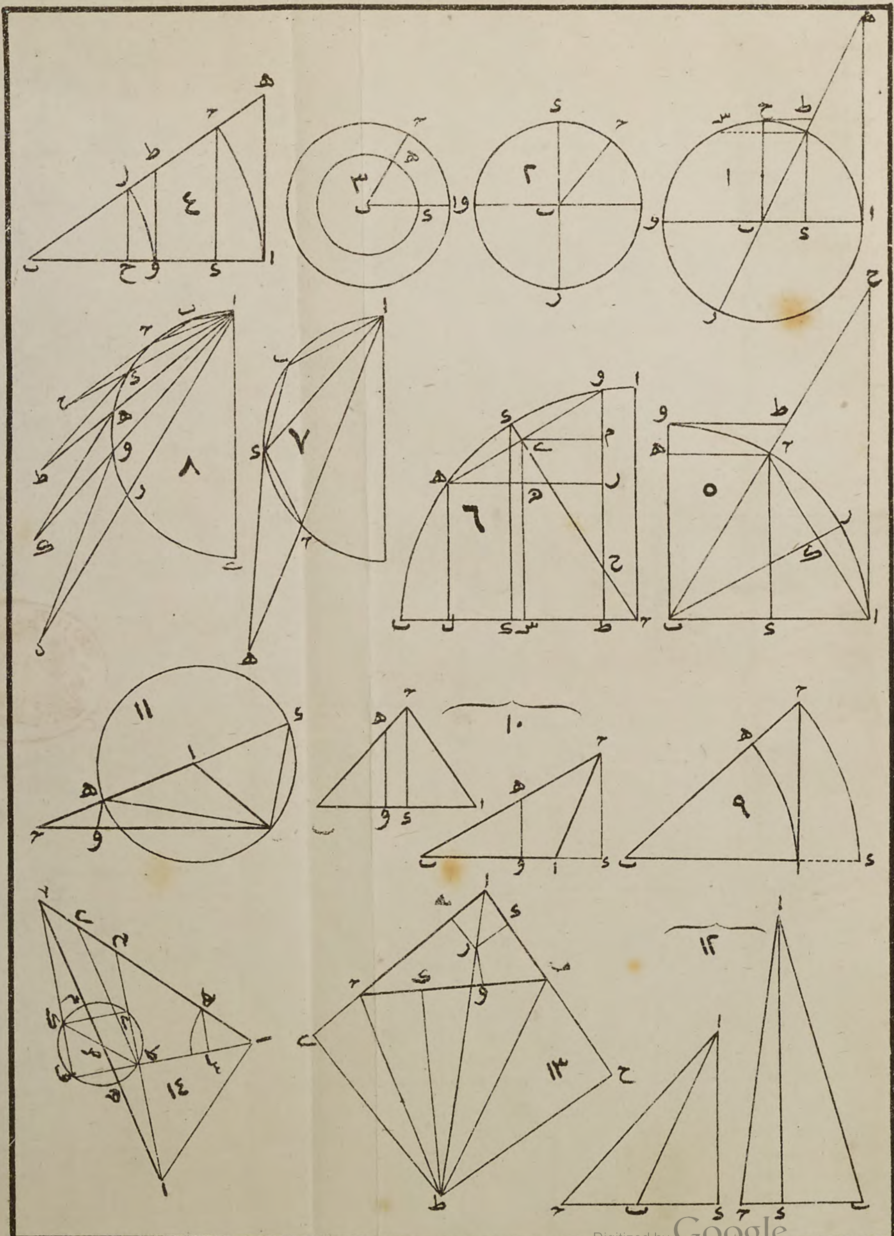
معلوم اوله كه بعض مهندسین مثلثات المستویه نك حل اقسامی حقنده قائم الزاویه ایچون بر جدول ومائل الزاویه ایچون جدول آخر اعتبار ایلمشلردر لكن بهر حال ایكیسنی بر جدولده جمع ایلمك ممكن واول وجهله افاده وبیان طالبلره اسان اولدیغندن بو مقامده حل اقسام مثلثات علی العموم بر جدولده وضع

وبیان اولندی

الاستخراجات	مجهولات مطلوبه	معلومات موضوعه	اقسام
هر مثلثك اوچ زاویه‌سی ایکی قائمه‌یه مساوی اولدیغندن ا ب زاویه‌لری مجموعی معلوم اولدقده اول مجموعك متممی اولان ح زاویه‌سی دخی معلوم اولمغین اولا جیب زاویهٔ ح : جیب زاویهٔ ب :: ا ب : ا ح اولوب (یا) ثانیا جیب زاویهٔ ح : جیب زاویهٔ ا :: ا ب : ب ح اولور (یب)	ا ح ب ح باقی ضلعلر	ا ب زاویه‌لریله ا ب ضلعی شکل ٩ و ١٠	١
مثلث مرقومدن ح زاویه‌سی مطلوبه اولور ایسه ب ح : ا ب :: جیب زاویهٔ ا : جیب زاویهٔ ح اولور (ید) امدی ا ح زاویه‌لری مجموعی معلوم اولدقده اول مجموعك متممی اولان ب زاویه‌سی دخی معلوم اولوب ا ح ضلع باقیسی برنجی قسم ایله استخراج اولنور قالدیکه هر زاویهٔ حاده‌نك کندی ایله متممی جیبی دائما مشترك اولوب زاویهٔ معلومه‌مز دخی قائمه‌دن اقل اولدقده باقی زاویه‌لری استخراج احتماللی اولدیغندن اولا زاویهٔ مطلوبه‌نك نوعی یعنی منفرجه میدر یوخسه حاده میدر بلمك لازمدر	ب ح باقی زاویه‌لر	ا ب ب ح ضلعلریله بریننك قارشوسنده واقع ا زاویه‌سی شکل ٩ و ١٠	٢
اکر مثلث مرقومدن زاویهٔ معلومه‌مز قائمه اولور ایسه ا ب : ا ح :: ر : مماس ب اننك تمامی ح زاویه‌سی اولور (یح) واکر زاویهٔ معلومه‌مز مائله اولور ایسه اولا هر مثلثدن بر زاویه معلومه اولدقده اننك متممی زاویتین باقیتین مجموعی اولدیغندن زاویهٔ معلومه‌نك نصفی ٩٠ درجه‌دن طرح اولندقده زاویتین مرقومتین مجموعنك نصفی باقی قالوب $\overline{ا ب + ا ح}$: $\overline{ا ب - ا ح}$ :: مماس $\frac{ب+ح}{٢}$: مماس $\frac{ب-ح}{٢}$ اولور (یه) امدی ب ح زاویه‌لری مجموعیله وبینلرنده واقع تفاضل معلوم اولدقده زاویتین مرقومتیندن هر بری دخی معلوم اولوب (فائده ٥) ب ح ضلع باقیسی برنجی قسم ایله استخراج اولنور	ب ح باقی زاویه‌لر	ا ب ا ح ضلعلریله وبینلرنده واقع ا زاویه‌سی شکل ٩ و ١١	٣

اقسام	معلومات	موضوعه	مجهولات مطلوبه	الاستخراجات
٤	اب اح بح	اوچ ضلع شكل ١٢	اب ح اوج زاويه	مثلث مرقومدن اب ضلعى قاعده فرض اولندقده ٢ اح . بح : اح² + بح² ى اب² :: ر : تمام جيب زاويه ح اولور (نو)
				طريق آخر
		شكل ١٢		اگر مثلث مرقومدن بح ضلعى اوزرينه نازل اولان اد عمودى داخل مثلثده بولنور ايسه بح : اب + اح :: ب ى اح : ب د ى د ح اولوب (ر) د ح دخى معلوم اولور (فائده ٣) واگر عمود مرقوم خارج مثلثده بولنور ايسه بح : اب + اح :: اب ى اح : ب د + د ح اولوب (ر) ينه د ح معلوم اولمغله (فائده ٣) ح زاويه مطلوبه نك تمامى ايكنجى قسم ايله استخراج اولنور
				طريق آخر
		شكل ١٣		مثلث مرقومده بح ضلعى قاعده فرض اولنوب نصف مجموع الاضلاع ايچون ه اشارتى وضع اولندقده ه . ه ب ح : ه ى اب . ه ى اح :: ر² : مربع مماس نصف زاويه ا اولور (ع)
				طريق آخر
		شكل ١٤		مثلث مرقومدن زاويه مطلوبه يى محيط اولان اب اح ضلعلرى بيننده واقع فضل ايچون د اشارتى وضع اولندقده اب . اح : (بح + د)/٢ . (بح − د)/٢ :: ر² : مربع جيب نصف زاويه ا اولور (ط)
				امدى طرق مذكوره اوزره اوچ ضلع معلومدن بر زاويه معلومه اولدقده زاويتان باقيتان ايكنجى ياخود اوچنجى قسم ايله استخراج اولنور

قالديكه قائم الزاويه اولان مثلثاتك حلنه متعلق بعض طرق مخصوصه (ح) دعوامزده بيان اولنوب فقط ايكى ضلع معلومدن اوچنجى ضلعى استخراج (ح) دعوامز ايله ادا اولنمشدر


١
٢
٣
٤
٥
٦
٧
٨
٩
١٠
١١
١٢
١٣
١٤

~~N.º 38.~~

كتاب اقليدس

K. Euclid

~~[illegible]~~